COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 NOVEMBRE 1859.

PRÉSIDENCE DE M. DE SENARMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Seconde Note sur l'influence du mouvement de la terre; par* **M. J. Bertrand.**

« L'effet qu'il s'agit d'apprécier étant extrêmement petit, il est indispensable dans cette question, plus encore que dans aucune autre, de bien préciser le problème que l'on veut résoudre : examiner l'influence de la rotation de la terre sur un phénomène quelconque, c'est chercher les différences entre ce qui arrive réellement et ce qui arriverait si la terre, ralentissant graduellement son mouvement, cessait de tourner autour de ses pôles.

» En entendant la question de cette manière, il ne me semble pas contestable qu'un mobile lancé vers l'ouest peut être dévié vers la gauche ou vers la droite, suivant la vitesse qu'on lui imprime : il suffit pour s'en convaincre d'un raisonnement extrêmement simple, sur le résultat duquel je ne pense pas qu'il puisse y avoir discussion.

» Je vois du reste, par les explications de M. Babinet, que si nous différons dans nos conclusions, cela tient à ce qu'il ne se pose pas le problème comme je l'ai énoncé plus haut. Pour M. Babinet, il est convenu, à priori, et en quelque sorte comme définition, que le mouvement de la terre est sans action sur un fluide en repos relatif. On ne peut pas contester une défini-

tion; mais si l'on admet, comme il est impossible de ne pas le faire, que, la terre venant à s'arrêter, il en résulterait pour les liquides en repos une tendance à se précipiter vers le nord, il paraît naturel d'énoncer ce fait en disant au contraire que sur un liquide placé en repos relatif, la rotation de la terre exerce une action qui tend à le précipiter vers le sud. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur le déplacement vers le nord ou vers le sud d'un mobile qui se meut librement dans une direction perpendiculaire au méridien; par* **M. BABINET.**

« Je me suis porté garant d'un théorème remarquable de M. Léon Foucault sur le déplacement constant vers la droite (dans notre hémisphère) d'un point libre qui se meut dans une direction horizontale quelconque. J'en ai deux démonstrations, indépendamment de celle qu'on peut tirer de cet autre théorème astronomique qui a été donné, par le même savant, dans sa théorie du gyroscope, savoir : que tout astre qui se lève ou se couche, quelle que soit sa déclinaison et le point où il perce l'horizon, se meut azimutalement, ou comme on dit en *amplitude*, d'une quantité angulaire constante et égale à sa vitesse angulaire autour de l'axe du monde multipliée par le sinus de la latitude du lieu de l'observateur.

» Ce dernier théorème est curieux et me semble tout à fait nouveau en astronomie. Il résulte d'ailleurs directement des formules de la trigonométrie sphérique (1).

» L'importance du théorème de M. Léon Foucault relatif au déplacement constant d'un point qui se meut horizontalement dans une direction

---

(1) Voici la démonstration très-simple de ce théorème de M. Léon Foucault. Imaginez un triangle sphérique rectangle formé par le pôle P, par le point nord N de l'horizon et par le point de l'horizon E où se lève l'étoile. Le triangle PNE sera rectangle en N, le côté PN sera la hauteur du pôle ou la latitude λ, le côté PE sera le complément de la déclinaison d de l'étoile, et l'arc NE de l'horizon sera l'amplitude ortive de l'étoile comptée à partir du nord. Dans ce triangle, l'opposition des sinus donnera

$$\sin \text{PEN} = \frac{\sin\lambda}{\cos d}.$$

Maintenant le petit arc du parallèle que parcourt l'étoile pendant l'unité de temps sera égal à $\omega \cos d$ (ω étant le mouvement angulaire de rotation de la terre). Ce petit arc, sensiblement rectiligne, étant perpendiculaire à PE, fera en E avec l'horizon, du côté sud, un angle complémentaire de PEN, et le cosinus de cet angle sera le sinus de PEN, c'est-à-dire $\frac{\sin\lambda}{\cos d}$. C'est

quelconque, est très-grande dans la physique du globe et ailleurs. Il rectifie et complète plusieurs théories admises et professées par des savants du premier ordre. Je pourrais lui laisser le soin d'en donner la démonstration. Je le ferai cependant dans une prochaine Note. Ici je me borne à montrer qu'un point libre marchant vers l'ouest, par exemple, avec une vitesse a, acquiert vers le nord, c'est-à-dire vers la droite, une vitesse relative égale à

$$\omega a \sin \lambda,$$

ω étant la vitesse angulaire de la terre autour de son axe, c'est-à-dire $\frac{2\pi}{J}$, $(J = 86164,09)$. Ainsi

$$\omega = \frac{2\pi}{J}.$$

Or, ω étant la vitesse angulaire de rotation d'une sphère autour de son axe, la vitesse d'un point du parallèle dont la latitude est λ, sera

$$\omega R \cos \lambda,$$

R étant le rayon de la sphère; et tout le monde sait que la force centrifuge dans le plan de ce parallèle est

$$\omega^2 R \cos \lambda,$$

qui peut s'écrire et s'écrit souvent ωv, car on a

$$v = \omega R \cos \lambda.$$

Cette force, décomposée suivant l'horizon, produit une composante

$$\omega^2 R \cos \lambda \sin \lambda = \omega v \sin \lambda,$$

dirigée vers le sud et qui est l'origine première du renflement équatorial. Tant que cette force ne varie pas, tant que v reste constant, il n'y a pour les points du parallèle aucune tendance au déplacement et tout reste dans

---

donc par cette quantité qu'il faut multiplier le petit arc $\omega \cos d$ pour le projeter en amplitude sur l'horizon. Cette projection est donc

$$\omega \sin \lambda.$$

Ainsi, quel que soit d, le mouvement angulaire de l'astre en amplitude sera constant et égal au mouvement de la sphère céleste multiplié par le sinus de la latitude du lieu de l'observation. On sait qu'on a la vitesse angulaire de rotation de la terre ω égale à $\frac{2\pi}{J}$, J étant le nombre de secondes de temps solaire moyen que contient le jour sidéral, c'est-à-dire 86164,09, le temps d'une révolution complète de la terre étant de $24^h\,56^m\,4^s,09$.

un état stable. Mais il n'en sera plus de même si la vitesse v vient à diminuer, comme, par exemple, dans le cas où le mobile marche vers l'ouest avec une vitesse a en sens contraire du mouvement de la terre : alors la vitesse v n'est plus que $v - a$ et la composante de la force centrifuge dirigée vers le sud devient

$$\omega(v - a) \sin \lambda,$$

il s'en faudra donc d'une vitesse

$$\omega a \sin \lambda$$

que le point mobile ait la composante vers le sud qui le maintiendrait en repos relatif; il tendra donc vers le nord (à droite de sa direction qui est vers l'ouest) avec cette même vitesse

$$\omega a \sin \lambda.$$

» Je crois qu'il est fort inutile de faire entrer les notions de la force centrifuge dans cette question; mais comme c'est le point de vue qui paraît avoir embarrassé plusieurs personnes, j'ai voulu d'avance lever cette petite difficulté en suivant les mêmes considérations qui avaient été invoquées contre le théorème de M. Léon Foucault, et je suis heureux que l'attention de l'Académie ait été ainsi appelée sur les grandes théories de la physique du globe, lesquelles jusqu'ici dans cette enceinte avaient été un peu négligées. »

Observations de **M. Delaunay** *sur la même question.*

« Je regrette de me trouver en désaccord avec M. Bertrand, au sujet des objections qu'il a faites à M. Babinet dans la dernière séance, et qu'il vient de reproduire aujourd'hui en les appuyant de nouveau. M. Babinet avait dit que, par suite de l'existence du mouvement de rotation de la terre, les cours d'eau de notre hémisphère tendent constamment à ronger leur rive droite, tandis que ceux de l'autre hémisphère de la terre doivent tendre de même à ronger leur rive gauche, et cela quelle que soit l'orientation de leur direction. M. Bertrand admet que cette tendance des cours d'eau de notre hémisphère à ronger leur rive droite existe bien réellement pour ceux qui sont dirigés suivant le méridien, soit du nord au sud, soit du sud au nord; il ajoute que la force qui les porte ainsi vers leur rive droite est trop faible pour produire un effet sensible. Je suis de son avis sous ce rapport. Mais il conteste l'existence d'une tendance analogue pour les cours d'eau dirigés de l'est à l'ouest, ou bien de l'ouest à l'est : je vais essayer d'établir que sur ce dernier point il n'est pas dans le vrai.

» Les mouvements que nous voyons autour de nous, sur la terre, ne son pas des mouvements absolus ; ce ne sont que des mouvements relatifs, puisque la terre tourne (nous faisons abstraction ici du mouvement de translation de la terre dans l'espace, à cause de son peu d'influence sur les phénomènes dont il s'agit). L'étude de ces mouvements relatifs, la recherche des particularités qu'ils présentent et qui peuvent nous les faire distinguer des mouvements absolus, est extrêmement délicate. La marche qui me semble la plus convenable pour y arriver, consiste à s'appuyer sur une théorie fort ingénieuse que nous devons à Coriolis, et qui a été tellement simplifiée dans ces dernières années, qu'elle a pu être introduite dans l'enseignement ordinaire de la mécanique rationnelle : je veux parler de la *théorie des forces apparentes dans les mouvementes relatifs*.

» Les mouvements que nous voyons s'effectuer autour de nous, sur la terre, peuvent-ils être traités comme les mouvements absolus? Pouvons-nous leur appliquer ce que nous savons sur la manière dont les mouvements absolus sont produits et modifiés par les forces auxquelles les mobiles sont soumis? Oui, répond la théorie de Coriolis, pourvu qu'à la force qui agit sur le corps dont on veut étudier le mouvement et qui n'est autre chose que l'attraction de la terre sur ce corps, on joigne deux forces fictives, savoir : 1° la *force centrifuge* due à la rotation de la terre ; 2° une autre force que Coriolis a nommée *force centrifuge composée*, et dont il a complétement défini la valeur, la direction et le sens. Ainsi les phénomènes d'équilibre et de mouvement à la surface de la terre ne sont pas ce qu'ils seraient si la terre était immobile ; ils sont influencés de deux manières différentes par le mouvement de rotation du globe terrestre : les modifications qu'ils éprouvent ainsi peuvent être regardées comme les effets dus aux deux forces fictives dont il vient d'être question.

» La première de ces deux forces fictives, la force centrifuge, subsiste seule dans le cas où le corps que l'on considère est immobile sur la terre, c'est-à-dire est en équilibre relatif ; parce qu'alors la force centrifuge composée est nulle, comme on le voit de suite par l'expression de cette force que nous donnerons dans un instant. C'est la résultante de l'attraction de la terre sur le corps et de cette force fictive unique (force centrifuge) que nous désignons sous le nom de poids du corps ; c'est l'intensité de cette résultante que nous obtenons quand nous suspendons le corps à un dynamomètre ; c'est la direction de cette même résultante qui nous est fournie par le fil à plomb. Cette résultante joue pour nous le même rôle que si elle était uniquement due à l'attraction de la terre sur le corps. Rien, dans les phénomènes que nous observons, ne peut nous faire voir directement que le poids d'un corps,

et la direction du fil à plomb, sont l'intensité et la direction d'une force obtenue par la composition de l'attraction de la terre avec une force fictive, plutôt que l'intensité et la direction de cette attraction toute seule.

» Mais quand nous passons de l'équilibre relatif d'un corps sur la terre au mouvement relatif de ce corps, les choses changent complétement. La force centrifuge composée, qui n'est plus nulle, vient combiner son effet avec celui qui est dû à l'action du poids du corps; et il en résulte, dans le mouvement, des modifications qui nous révèlent l'existence de la rotation de la terre. C'est la force centrifuge composée qui donne lieu à la rotation du plan d'oscillation du pendule, dans l'expérience de M. Foucault; c'est elle qui produit les mouvements qu'on observe dans le gyroscope du même physicien; c'est elle enfin qui intervient dans le mouvement des cours d'eau, et qui tend à porter les eaux vers la rive droite de leur lit.

» Pour définir la force centrifuge composée dont on doit tenir compte dans l'étude du mouvement d'un corps sur la terre, imaginons que nous menions par le point A, où se trouve le corps à un instant quelconque, une droite AB parallèle à l'axe de rotation de la terre; concevons ensuite que nous fassions passer un plan par AB et par la direction de la vitesse v du corps : 1° la force centrifuge composée est perpendiculaire à ce plan; 2° elle a pour expression

$$2m\omega v \sin \alpha,$$

m étant la masse du corps, ω la vitesse angulaire de la terre, et α l'angle que la direction de la vitesse v fait avec AB; 3° enfin elle agit en sens contraire du sens dans lequel la droite qui représente la vitesse v serait entraînée, si cette droite tournait autour de AB dans le même sens que la terre autour de son axe. Voyons ce que devient cette force centrifuge composée, dans le cas du mouvement d'une molécule d'eau dans un cours d'eau, c'est-à-dire dans le cas où la vitesse v est horizontale. Si la vitesse de la molécule est dirigée suivant le méridien, et du nord au sud, la force centrifuge composée sera dirigée horizontalement, de l'est vers l'ouest, et aura pour valeur

$$2m\omega v \sin \lambda,$$

λ étant la latitude géographique du lieu, car alors α est le supplément de λ. Si la molécule marche du sud au nord, la force centrifuge composée aura la même valeur, et sera dirigée horizontalement, de l'ouest vers l'est. Si la molécule marche de l'ouest vers l'est, la force centrifuge composée sera dirigée dans le plan méridien et vers le sud; mais sa direction, au lieu d'être horizontale comme précédemment, fera avec l'horizon un angle égal au complé-

ment de λ ; d'ailleurs l'angle α est alors de 90 degrés : la composante horizontale de cette force sera donc encore égale à

$$2m\omega v \sin\lambda.$$

Si enfin la molécule marche de l'est vers l'ouest, la force centrifuge composée sera égale et contraire à celle que nous venons de trouver en dernier lieu, et aura par conséquent la même composante horizontale que cette dernière force. Dans chacun de ces quatre cas, la force centrifuge composée agit exactement avec la même énergie pour transporter la molécule d'eau, dans le sens horizontal, à droite de la direction de sa vitesse. J'ajouterai qu'il est très-facile de s'assurer que la même chose a lieu lorsque la direction de la vitesse v fait un angle quelconque avec le méridien. Donc M. Babinet a eu raison de dire que les cours d'eau (de notre hémisphère), en vertu de la rotation de la terre, tendent tous à ronger leur rive droite, et cela avec la même énergie, quelle que soit leur orientation sur la surface de la terre.

» M. Bertrand, dans la réponse qu'il a faite à ce qui précède, semble répugner à se servir des forces fictives de Coriolis pour arriver à l'explication des phénomènes réels qui nous manifestent l'existence de la rotation de la terre. Je n'ai pas la prétention de dire que la théorie de Coriolis peut seule en rendre compte. Mais je viens de faire voir que cette théorie conduit très-facilement à une idée nette et précise de la manière dont les choses doivent se passer. J'ajoute que de quelque manière qu'on raisonne, en suivant une autre marche, on doit arriver identiquement aux mêmes résultats ; qu'enfin si certains raisonnements conduisent à des conséquences différentes, ces raisonnements sont nécessairement inexacts.

» En parlant de ce qui arriverait si le mouvement de rotation de la terre venait à se ralentir ou à s'accélérer, M. Bertrand change la nature de la question. La proposition émise par M. Babinet me semble devoir être présentée de la manière suivante. On sait que la terre tourne ; son mouvement de rotation s'effectue avec une vitesse déterminée : il doit en résulter que les cours d'eau tendent tous à ronger, soit leur rive droite, soit leur rive gauche, suivant qu'ils sont situés sur l'hémisphère boréal ou bien sur l'hémisphère austral de la terre, et cela avec une énergie qui ne dépend en aucune manière de l'orientation de ces cours d'eau sur le globe. Pour préciser davantage, considérons un canal parfaitement régulier, creusé sur l'hémisphère boréal de la terre dans une direction quelconque, en ligne droite, ou plutôt suivant une ligne géodésique. Imaginons que ce canal soit plein d'eau et fermé à ses extrémités, de manière que l'eau y reste immobile : le liquide exercera des pressions égales sur les deux rives du canal. Si l'on vient à déterminer le

mouvement de l'eau le long du canal, la pression diminuera un peu sur la rive gauche du courant et augmentera un peu sur la rive droite, et cet effet, dû uniquement à la rotation de la terre, ne se produirait pas si la terre était immobile.

» Quant à l'intensité de la force qui tend ainsi à porter l'eau d'un cours d'eau vers sa rive droite, dans notre hémisphère, je répète que je suis d'accord avec M. Bertrand pour croire qu'elle est beaucoup trop faible pour produire des effets sensibles. »

Réponse de **M. Bertrand** *à* M. Delaunay.

« Je ne pense pas qu'il soit utile d'introduire dans la discussion du problème les forces centrifuges composées de Coriolis. Ces forces fictives conduisent à un résultat exact; mais précisément parce qu'elles sont fictives, elles ne paraissent pas de nature à faire bien comprendre le mécanisme du phénomène en donnant l'analyse des causes réelles qui le produisent et de la manière dont elles sont mises en jeu.

» Cependant, comme le fait observer avec raison M. Delaunay, le théorème étant exact, il faut bien que les conséquences le soient, et toute autre méthode rigoureuse doit conduire aux mêmes conclusions. Cela est incontestable, pourvu que l'on adopte toujours le même langage. Or la méthode de Coriolis conduit à adjoindre à l'attraction de la terre deux forces, dont l'une est la force centrifuge et l'autre la force centrifuge composée; ces forces sont l'une et l'autre proportionnelles à la vitesse de rotation de la terre, et je les regarde pour cette raison toutes deux comme produites par cette rotation. M. Delaunay, au contraire, compose la première avec l'attraction terrestre, et leur résultante est pour lui la pesanteur qu'il accepte pour telle, soit qu'il étudie les phénomènes tels qu'ils se passent réellement, soit qu'il cherche ce qui arriverait si la terre ne tournait pas.

» Je ne conteste pas à M. Delaunay le droit de poser la question de cette manière, mais il me semble plus naturel de l'énoncer autrement, et toutes les fois que, sans plus ample explication, on parlera de l'influence exercée par la rotation de la terre, on comprendra, je crois, à moins d'avertissement contraire, qu'il s'agit de comparer les phénomènes observables avec ceux qui les remplaceraient si la terre ne tournait plus.

» Je termine en faisant observer que quelle que soit la manière d'énoncer la question théorique, tout le monde paraît admettre l'absence de toute influence sensible de la rotation terrestre sur la déviation des cours d'eau. »

M. Piobert.

« Une partie de la discussion précédente ayant porté sur la déviation que les projectiles éprouvent dans leur trajectoire par suite du mouvement de rotation de la terre, j'aurai l'honneur de rappeler à l'Académie que M. Poisson a traité cette question, il y a vingt-deux années, avec beaucoup de développements; il est arrivé à la conclusion suivante, après avoir indiqué la modification apportée dans la portée : « Le mouvement diurne fait, en » outre, sortir le mobile du plan vertical où il a été projeté; ce qui donne » lieu à une déviation horizontale dont la valeur se compose de deux par- » ties distinctes, exprimées par des intégrales doubles. L'une de ces dévia- » tions partielles est indépendante de la direction du plan vertical; elle a » toujours lieu à droite (1) de l'observateur au point de départ et tourné » vers la trajectoire. » Il trouve ensuite que pour une bombe de 27 centimètres lancée à notre latitude à une distance de 1200 mètres sous l'angle de 45 degrés, la déviation due au mouvement de la terre serait comprise entre $0^m,90$ et $1^m,20$, ce qui correspondrait à un angle de déviation d'environ 3 minutes. Pour une vitesse initiale presque horizontale d'environ 400 mètres par seconde et une portée de 200 mètres « les déviations hori- » zontale et verticale de la balle, dues au mouvement de la terre, s'élè- » veraient à peine à un demi-centimètre. »

PATHOLOGIE. — *Observations sur deux cas de calculs urinaires vésicaux; par* **M. J. Cloquet.**

PREMIÈRE OBSERVATION. — *Calcul urinaire chez un enfant nouveau-né.*

« L'observation de ce fait pathologique, qui m'a été communiquée par M. le docteur Burdel, médecin en chef de l'hôpital de Vierzon, m'a paru devoir intéresser l'Académie sous plus d'un rapport : les faits de ce genre sont très-rares, bien qu'on en possède quelques exemples, auxquels celui-ci vient s'ajouter.

» M. le docteur Burdel a extrait ce calcul de l'urètre d'un enfant de cinq mois. Le corps étranger venait de sa vessie, et trop volumineux pour être expulsé, il s'était arrêté dans la partie inférieure du canal. Arrivé là, il augmenta graduellement de volume, en dilatant la partie de l'urètre où il s'était engagé. Les parents avaient observé que peu de temps après sa nais-

(1) Cela se rapporte à l'hémisphère boréal; la déviation aurait lieu à gauche dans l'autre hémisphère.

sance l'enfant n'urinait que rarement, qu'il criait beaucoup, était inconsolable, et que parfois il restait 30 à 40 heures sans être mouillé; aussi la vessie avait-elle pris un développement énorme et dépassait le niveau de l'ombilic; l'urine avait une acidité très-marquée.

» Lorsque l'enfant fut présenté à M. le docteur Burdel, l'urine ne s'échappait que goutte à goutte et la vessie faisait fortement saillie au-dessus du pubis.

» Le calcul que l'on sentait avec le doigt formait une nodosité sur le trajet du canal. Une simple incision a suffi à M. Burdel pour le saisir et l'extraire. Après la sortie du calcul, la plaie fut fermée par une *serre-fine* et complétement cicatrisée au quatrieme jour.

» J'ai examiné le calcul qui m'a été remis avec l'observation par mon honorable confrère. Il est irrégulièrement allongé et arrondi, plus épais à l'une qu'à l'autre de ses extrémités. Il pèse 48 centigrammes. Sa couleur est d'un gris verdâtre. Sa surface rugueuse, inégale, est couverte de petites saillies mamelonnées qui me firent reconnaître à la première vue que c'était un *calcul mural* composé d'oxalate de chaux, bien que certains calculs d'acide urique offrent des rugosités mamelonnées de même apparence; mais ces dernières sont moins rudes, plus douces au toucher que celles des calculs formés par ce sel calcaire. Mon opinion à cet égard a été confirmée par l'analyse que notre confrère M. Fremy a bien voulu faire de cette concrétion urinaire. « Le calcul, m'écrit M. Fremy, est formé par de l'oxalate de chaux; il ne » contient que des traces de phosphate de chaux et de substance organique » azotée de nature albumineuse; il ne contient ni acide urique, ni phosphate » ammoniaco-magnésien. Il est à regretter qu'on n'ait pas analysé l'urine » de l'enfant, dont on a seulement constaté l'extrême acidité. »

DEUXIÈME OBSERVATION. — *Deux calculs urinaires volumineux, trouvés dans la vessie d'un sanglier.*

» Les deux calculs que je présente à l'Académie ont été trouvés dans la vessie d'un jeune sanglier, par l'un de nos Correspondants, M. Chevandier, à Cirey (Meurthe). M. Chevandier avait envoyé ces pierres urinaires à M. Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire, qui m'a proposé de les examiner, et d'en rendre compte, en les présentant à l'Académie de la part de son Correspondant à Cirey.

» Voici les renseignements qui m'ont été fournis :

» Le sanglier avait deux ans et demi; il était très-gras et ne paraissait nullement se ressentir, dans ses allures, de la maladie dont il était atteint.

» C'était, à la connaissance de M. Chevandier et de tous les chasseursdes environs, le premier exemple d'une semblable affection chez un sanglier.

» L'un des calculs dont il est question pèse 64^{gr},75, et l'autre 61^{gr},20. Ils sont l'un et l'autre d'une couleur fauve-jaunâtre, tirant sur le brun. Leur pesanteur paraît considérable relativement à leur volume.

» Le plus volumineux de ces calculs est triangulaire, et chacune des trois faces que limitent des angles obtus sont légèrement convexes et d'un poli remarquable, comme éburnées.

» Le second calcul, d'un volume un peu moindre que le précédent, est d'une forme moins régulière, quoiqu'il présente aussi trois faces polies, une plus large que les deux autres et qui, au lieu d'être convexe comme dans l'autre concrétion, sont concaves et s'adaptent exactement aux premières, ainsi qu'on le voit entre les surfaces contiguës des os dans plusieurs articulations diarthrodiales.

» L'aplatissement en facettes, aux points de contact, des calculs multiples, ne dépend pas seulement de l'usure par les frottements que ces corps solides éprouvent les uns contre les autres, par les mouvements du corps et ceux que leur impriment les contractions de la vessie, ainsi qu'on l'a admis assez généralement; il est bien plus le résultat de la difficulté qu'éprouve la cristallisation, l'incrustation des sels urinaires dans les parties sous-jacentes de la concrétion, ainsi que je l'ai démontré dans un *Mémoire sur les calculs urinaires* que l'Académie a couronné en 1822. La cristallisation des sels de l'urine est seulement plus lente dans les points de contact des calculs multiples que sur leurs parties libres qui baignent continuellement dans le liquide où les sels sont en dissolution.

» La section de l'un de ces deux calculs, faite perpendiculairement à ses surfaces de contact, prouve la vérité du mode d'accroissement que j'avais indiqué pour les couches des calculs à facettes contiguës. En effet, au lieu d'être détruites, coupées, interrompues, comme cela arriverait si les facettes étaient dues à une usure par frottement, les couches concentriques sous-jacentes existent en même nombre tout autour du noyau central, seulement elles sont infiniment plus minces au niveau de ces faces de contact dont elles ont la direction, tandis que leur épaisseur et leur courbure deviennent d'autant plus marquées, qu'elles se rapprochent des angles ou parties qui sont exemptes de contact et de la pression d'un autre calcul.

» Le centre du calcul est occupé par un noyau oblong, formé de cristaux confus, irrégulièrement agglomérés, d'une couleur jaune fauve, et entouré de couches très-denses, alternativemant d'un jaune pâle ou foncé. On observe que, dès leur formation autour du noyau central, les couches ont pris la disposition qu'elles ont conservée à mesure que les calculs ont augmenté de volume.

» Suivant M. Fremy, qui a fait l'analyse de ces calculs, ils contiennent :

1°. Phosphate ammoniaco-magnésien	93,42
2°. Phosphate de chaux tribasique	2,04
3°. Matière organique azotée	4,34
	99,80

» La quantité considérable de phosphate ammoniaco-magnésien trouvée dans les calculs de ce sanglier me paraît donner quelque intérêt à l'analyse qui en a été faite. »

ASTRONOMIE. — *Sur l'atmosphère du soleil; par* **M. Faye.**

« En étudiant les travaux de l'un de nos plus éminents physiciens, M. de la Provostaye, j'ai été très-frappé des conclusions auxquelles il est arrivé, avec son savant collaborateur M. Desains, lorsqu'il a voulu contrôler, à l'aide de l'expérience et de l'analyse, la loi admise à priori par les géomètres et les physiciens sur l'émission de la chaleur. Comme plusieurs de ces lois formulées à priori, indépendamment de toute vérification, figurent encore dans certaines branches de l'astronomie physique, j'ai pensé qu'il serait bon de les soumettre à un nouvel examen, et je me suis occupé tout d'abord des idées qui ont cours aujourd'hui sur la constitution physique du soleil, particulièrement de la question de l'atmosphère du soleil.

» C'est en effet la conception absolue et à priori d'une loi physique qui a donné naissance à cette hypothèse. Voici la suite bien simple des idées.

» Si, comme il est naturel de le penser, dit Laplace (1), chaque point de la surface du soleil envoie une lumière égale dans tous les sens, l'intensité de chaque élément superficiel sera inversement proportionnelle au sinus de l'inclinaison de cet élément sur la direction du rayon visuel, ou, à très-peu près, au cosinus de la distance angulaire de ce point au centre du disque. Dès lors l'éclat ira en croissant du centre au bord. Telle est la loi admise à priori, indépendamment de toute expérience, et *parce qu'il est naturel de le penser ainsi.*

» Mais, ajoute Laplace, sur le soleil, tel que nous le voyons, l'éclat va au contraire en décroissant du centre vers les bords; cette différence s'expliquerait très-simplement au moyen d'une atmosphère qui envelopperait le soleil, et dont la substance incomplétement transparente éteindrait beaucoup plus la lumière des bords que celle du centre.

» La théorie de l'extinction produite par l'interposition d'une atmosphère a été traitée par ce grand géomètre avec sa supériorité habituelle. En l'ap-

(1) *Mécanique céleste*, t. IV, p. 318.

pliquant au soleil, il trouve que l'intensité d'un point du disque, défini par sa distance angulaire θ au centre du disque, serait réduite par l'extinction d'une atmosphère dans le rapport de $e^{-\frac{Q\delta\theta}{\sin\theta}}$ à l'unité, Q étant une constante relative à la constitution physique de cette atmosphère, et $\delta\theta$ la réfraction au point considéré. En combinant cette expression avec celle de la loi précédente, on aura évidemment

$$\frac{1}{\cos\theta}\cdot e^{-\frac{Q\delta\theta}{\sin\theta}}$$

pour l'expression de l'intensité d'un point quelconque du disque solaire : la loi hypothétique de l'émission étant représentée par le premier facteur, et l'extinction de l'atmosphère hypothétique par le deuxième. En outre on peut simplifier cette formule en remplaçant $\delta\theta$ par $\frac{f}{Q}\tang\theta$, expression de la réfraction qui suffit jusqu'à près de 80 degrés (1). Au delà il faudrait tenir compte de la constitution de l'atmosphère, et revenir à une expression correspondante de la réfraction pour les hauteurs moindres que 10 degrés.

» Cette formule ne contenant qu'une quantité arbitraire, une seule mesure d'intensité suffira pour déterminer f. Laplace s'est servi d'une mesure de Bouguer. Bouguer a trouvé qu'à une distance des bords égale au quart du rayon du disque solaire, l'intensité est plus petite qu'au centre dans le rapport de 35 à 48 (2). De là $f = 1,425$. L'atmosphère correspondant à cette valeur équivaudrait, comme puissance d'extinction, à une co-

---

(1) Il est essentiel de faire remarquer que la formule simplifiée $e^{-\frac{f}{\cos\theta}}$ est indépendante de toute hypothèse sur la constitution de l'atmosphère, tandis que la première suppose une température uniforme.

(2) A la vérité, M. Arago a déclaré que la mesure de Bouguer était complétement erronée, et que les calculs de Laplace devaient être recommencés sur de nouvelles bases. Des expériences que j'ai exécutées à ce sujet, dit M. Arago, j'ai conclu qu'il y a une différence d'intensité entre le bord et le centre égale à $\frac{1}{40}$. En recourant au Mémoire où ces expériences ont été publiées l'an dernier, on reconnaît aisément que cette évaluation ne résulte pas d'une mesure effective. Ses expériences n'accusant aucune différence sensible d'intensité entre le bord et le centre, le célèbre astronome a soutenu longtemps qu'il n'y en avait aucune. Cédant à la fin au témoignage unanime des observateurs et à l'évidence des images photographiques du soleil, M. Arago a consenti, par une sorte de concession, à accorder au bord une diminution d'intensité égale à l'incertitude qu'il attribuait à ses méthodes, c'est-à-dire $\frac{1}{40}$.

Quoi qu'il en soit, une assertion de M. Arago a droit à un examen sérieux. Je vais exposer avec détails les raisons qui m'ont conduit à la rejeter, bien qu'elle favorise infiniment mon

lonne d'air homogène de 55000 mètres de hauteur (air pris à la température de 0 degré et à la pression de $0^{m},76$ de mercure). Notre propre atmosphère, ramenée aux mêmes conditions, n'aurait pas plus de 8000 mètres. Une couche aussi puissante réduirait à $\frac{1}{4}$ l'intensité du centre du disque solaire et, si le soleil en était dépouillé, le disque entier nous paraîtrait 12 fois plus brillant.

» Telle est l'origine de tout ce qui a été dit depuis sur l'atmosphère du soleil. C'est dans cette atmosphère qu'on a placé des nuages pour expliquer les protubérances lumineuses des éclipses totales; c'est cette atmosphère qu'on a voulu voir dans les rayons brillants qui entourent le soleil éclipsé.

» Nous allons soumettre cette théorie à une triple épreuve : 1° en recherchant si le but que se proposait Laplace a été réellement atteint; 2° en examinant si le décroissement d'intensité qui en résulterait pour les bords s'accorde avec l'observation; 3° en comparant la théorie basée sur la mesure de Bouguer avec les mesures du P. Secchi.

» Le but de Laplace a été déjà été indiqué. La loi d'émission $\frac{1}{\cos\theta}$ donnerait un très-rapide accroissement d'éclat vers les bords du disque solaire. En la combinant avec l'effet de l'atmosphère $e^{-\frac{f}{\cos\theta}}$, on oppose à cet

---

opinion particulière sur la constitution du soleil, puisqu'elle ramène son atmosphère hypothétique à des proportions tout à fait insignifiantes.

D'abord la mesure de Bouguer a reçu une confirmation remarquable par les recherches récentes du P. Secchi sur la température du disque du soleil.

En second lieu, quand on considère les épreuves photographiques obtenues en un temps de pose de quelques centièmes de seconde, on trouve entre les bords et le centre une différence d'intensité très-considérable. On peut objecter, il est vrai, que le décroissement de la chaleur ou de l'énergie photogénique ne suit pas nécessairement celui de la lumière; mais voici une troisième raison qui va plus directement au but. Les facules dont les taches se montrent souvent entourées, ne se voient que sur les bords. Arrivées au centre par l'effet de la rotation du soleil, elles disparaissent. Ce n'est pas à dire qu'elles aient cessé d'exister, car elles se voient de nouveau lorsqu'elles arrivent au bord opposé. Ce qui les fait disparaître vers le centre, c'est que leur éclat ne diffère pas beaucoup de celui des régions centrales. Or, quand on considère ces facules vers les bords, on est frappé de leur éclat supérieur, et personne n'admettra que l'excès de leur lumière sur celle des bords puisse être exprimé par $\frac{1}{10}$. On se demande comment les méthodes de M. Arago, fondées sur l'emploi des propriétés les plus délicates de la lumière, ont pu rester insensibles à de telles différences entre les mains d'un expérimentateur aussi habile. Faut-il attribuer cette insuffisance à l'extrême petitesse des instruments dont il s'est servi, aux défauts des images dédoublées? Je ne sais. C'est une question qui mériterait d'être approfondie.

accroissement une cause d'extinction beaucoup plus rapide encore, car, pour $\theta = 90$, $\frac{1}{\cos\theta} e^{-\frac{f}{\cos\theta}} = 0$, bien que $\frac{1}{\cos\theta}$ devienne infini. Mais ici l'illustre auteur oublie que si la formule simplifiée suffit amplement au calcul qui doit faire connaître l'extinction totale produite sur le soleil par son atmosphère, elle devient tout à fait inexacte si l'on en veut tirer l'intensité au bord lui-même. Alors il faut reprendre l'expression plus exacte $\frac{1}{\cos\theta} e^{-\frac{Q\,\partial\theta}{\sin\theta''}}$, mais alors aussi il est facile de voir que l'exposant cesse de tendre vers l'infini, et atteint une valeur maximum finie correspondant à celle de la réfraction horizontale, en sorte qu'à partir d'une certaine valeur de θ, le premier facteur l'emporte sur l'autre, et l'intensité, d'abord décroissante, va ensuite en croissant jusqu'au bord. Ainsi donc, avec la loi d'émission admise jusqu'ici, aucune atmosphère ne serait capable d'éteindre les bords; les bords de l'astre présenteraient, à partir d'un certain point, un rapide accroissement de lumière; le soleil serait bordé d'un cercle éclatant. Concluons que la loi d'émission formulée par $\frac{1}{\cos\theta}$ doit être rejetée ou modifiée.

» Passons à la seconde épreuve et voyons si les intensités calculées représentent au moins les intensités observées à quelque distance du bord, à 30 et à 18 secondes, par exemple. Je trouve pour ces points les nombres $\frac{1}{19}$ et $\frac{1}{80}$. Ainsi dans ces régions l'intensité paraîtrait réduite au point d'être 19 fois et 80 fois plus faible qu'au centre du disque. Il suffit de jeter les yeux sur une image du soleil pour se convaincre de l'exagération.

» La troisième épreuve ne donne pas de meilleurs résultats. Le savant Directeur de l'Observatoire du Collége Romain a étudié, avec les appareils les plus délicats, l'intensité de la chaleur en diverses régions du disque solaire. Ses mesures lui ont permis de vérifier de la manière la plus satisfaisante celle dont Laplace s'est servi. Ainsi, en interpolant entre ses observations pour le point où Bouguer avait trouvé l'intensité égale à $\frac{35}{48}$, il a obtenu le rapport à peine différent $\frac{34}{48}$. La similitude générale des faits de chaleur et de lumière sur le soleil porte le P. Secchi à considérer cette coïncidence comme une vérification de la mesure de l'académicien français. Voici le tableau de quelques résultats du P. Secchi comparés à ceux du

calcul :

Distance au centre.	θ.	Intensités observées.	Intensités calculées.	Observateurs.
0	0°	1,0000	1,0000	
$\frac{2}{3}$	43.55′	0,8506	0,7985	Le P. Secchi.
$\frac{3}{4}$	48.34	0,7250		Le P. Secchi.
$\frac{3}{4}$	48.34	0,7290	0,7290	Bouguer.
$\frac{7}{8}$	68.49	0,5586	0,2231	Le P. Secchi.

Ainsi, des l'angle 68° 49′, la discordance entre la théorie et l'observation prouve que les hypothèses de Laplace ne sont pas conformes à la nature, et c'est là aussi la conclusion à laquelle arrive le P. Secchi.

» Ces épreuves me paraissent décisives. Il faut donc examiner de près la loi d'émission admise à priori.

» Cette loi n'est applicable, et encore jusqu'à un certain point, qu'aux substances gazeuses à l'état d'incandescence, telles que la flamme des bougies, des lampes, des becs de gaz, à cause de leur transparence partielle (1). Supposons une nappe *plane* de gaz d'une certaine épaisseur; l'intensité, sous un angle d'émission quelconque θ, sera proportionnelle à l'épaisseur comptée dans le sens du rayon visuel, c'est-à-dire à $\frac{1}{\cos\theta}$. Telle est la seule raison physique qu'on puisse donner en faveur de cette loi; mais cette explication même va nous montrer qu'elle ne s'applique pas au soleil.

» D'abord la photosphère n'est pas une nappe plane de matière lumineuse, elle est sphérique. La loi précédente ne peut donc plus être adoptée que pour la partie centrale du disque; au delà, elle s'écarte rapidement de l'expression véritable, à moins que l'on ne veuille assigner à la photosphère une épaisseur infiniment petite. Sans recourir à l'expression exacte, on voit

(1) Une expérience célèbre d'Arago paraît confirmer cette conclusion. Vue obliquement, la lumière des corps solides ou liquides chauffés à blanc paraît fortement polarisée, mais non celle des flammes du gaz ou des lampes rendues éclatantes par la présence des particules de carbone incandescentes. Or M. Arago n'a point trouvé de traces de polarisation au bord du soleil, donc la photosphère de cet astre est un gaz incandescent. Un des Associés étrangers de l'Académie, sir J. Herschel, s'est inscrit dernièrement en faux contre cette conséquence, mais je n'ai pu saisir la portée de son argumentation. Je tiendrai pour certain, avec M. Arago, que la lumière émanant des bords du soleil est vue sous une incidence générale très-oblique et que cette lumière n'est pas polarisée, du moins dans la limite d'incertitude assez large dont les mesures photométriques nous ont plus haut donné une idée. Mais tout en accordant ces prémisses, que faut-il en déduire? Les expériences de MM. de la Provostaye et Desains nous apprennent que le noir de fumée et en général les corps doués d'un très-faible pouvoir réflecteur jouissent de la même propriété. Je me bornerai à cette conclusion.

facilement que l'épaisseur de la photosphère, dans le sens du rayon visuel, présente un saut brusque à partir du point où le rayon touche l'enveloppe interne de la photosphère. Là l'intensité de la lumière doublerait subitement pour décroître ensuite jusqu'au bord. Or, d'après les mesures du P. Secchi, l'épaisseur de la photosphère serait d'environ 17 secondes; nous verrions donc un redoublement d'intensité à 17 secondes du bord, suivi d'un affaiblissement rapide. Il n'y a rien de pareil.

» Ce raisonnement suppose, comme la loi elle-même, que la photosphère est transparente, comme la flamme d'une bougie, d'une lampe ou d'un bec de gaz. Le soleil reproduirait ainsi sur ses bords cet accroissement presque brusque d'intensité qu'on observe si facilement dans nos flammes d'éclairage, surtout quand on en affaiblit l'éclat par une réflexion sur une glace sans tain : mais cette transparence de la photosphère existe-t-elle? Si elle existe, est-elle parfaite? ou du moins les rayons qui nous arrivent viennent-ils de toute son épaisseur, ainsi que l'exige le raisonnement précédent? Il suffit pour répondre négativement de se reporter à l'épaisseur de la photosphère. D'après les mesures du P. Secchi, elle n'aurait pas moins de 3000 lieues d'épaisseur, le diamètre entier du globe terrestre. Que deviendrait sur une pareille échelle le phénomène des flammes de gaz? Pour moi, je crois que la loi admise par Laplace ne s'y vérifierait plus. Sous toutes les incidences, le rayon visuel trouverait partout la même épaisseur efficace de la photosphère; la lumière émise par un élément de la surface solaire ne dépendrait plus de l'étendue de sa superficie, mais du volume constant de la partie efficace ayant cet élément pour base plus ou moins oblique. L'éclat serait partout le même sur les bords comme au centre, et nous rentrerions dans la loi d'émission généralement admise pour la lumière et la chaleur (1).

» Substituons donc cette loi à celle de la sécante. L'éclat étant alors constant sur toute l'étendue du disque avant l'intervention d'une atmosphère, l'intensité totale sera

$$\int_0^{90^\circ} 2\pi \sin\theta . d . \sin\theta = \pi,$$

tandis qu'avec la loi d'émission précédente elle était

$$\int_0^{90^\circ} 2\pi \sin\theta \,.\, \frac{1}{\cos\theta} \cdot d.\sin\theta = 2\pi.$$

(1) Ce raisonnement suppose un pouvoir réflecteur négligeable : or c'est là ce que nous déduisons de l'expérience de M. Arago rapprochée de celles de MM. de la Provostaye et Desains (*voir* la note précédente).

Par cette seule rectification nous n'avons déjà plus besoin d'une atmosphère pour éteindre ce surcroît d'intensité que l'on attribuait au soleil et qui allait jusqu'à en doubler faussement la valeur. Restituons cependant l'atmosphère afin d'affaiblir les bords du disque, et nous aurons pour l'intensité en un point quelconque

$$e^{-\frac{Q\delta\theta}{\sin\theta}} \quad \text{ou, de o à 80 degrés environ,} \quad e^{-\frac{f}{\cos\theta}}.$$

Quant à l'intensité du disque entier, elle sera réduite à

$$2\int_{90^\circ}^{0} \cos\theta \,.\, e^{-\frac{f}{\cos\theta}} d.\cos\theta.$$

En posant $x = \cos\theta$ et en intégrant par parties, on ramène cette intégrale à celle que Laplace a traitée, et on a

$$e^{-f} - f.\int_0^1 e^{-\frac{f}{x}}.\, dx.$$

Si on adopte le développement en fraction continue donné pour cette dernière intégrale dans la *Mécanique céleste*, on a finalement, pour l'intensité du disque entier après l'extinction,

$$e^{-f} - \cfrac{e^{-f}}{1 + \cfrac{\frac{2}{f}}{1 + \cfrac{\frac{1}{f}}{1 + \cfrac{\frac{3}{f}}{1 + \text{etc.}\ldots}}}}$$

» J'ai calculé d'après ces formules l'extinction atmosphérique qui répond à la mesure de Bouguer, et j'ai trouvé les résultats suivants que je réunis dans un même tableau avec les précédents, afin de faciliter la comparaison.

Distance au centre.	θ	Mesures.	1re loi Calcul.	2e loi Calcul.	Observateurs.
0	0°	1,0000	1,0000	1,0000	
$\frac{2}{3}$	43°55′	0,8506	0,7985	0,8112	Le P. Secchi.
$\frac{3}{4}$	48.34	0,7250	......	......	Le P. Secchi.
$\frac{3}{4}$	48.35	0,7290	0,7290	0,7290	Bouguer.
$\frac{7}{8}$	68.49	0,5586	0,2231	0,3857	Le P. Secchi.
$\frac{31}{32}$	75.38	......	0,0538	0,1952	
Intensité au centre.			0,2406	0,5391	rapportée à l'intensité avant l'extinction.
Intensité du disque entier			$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	
Hauteur de l'atmosphère ramenée à 0°			55000m	15000m	

» Ainsi les observations sont beaucoup mieux représentées. Il est donc à présumer que la deuxième loi d'intensité se rapproche bien plus de la nature que celle de Laplace (1).

» Mais les discordances entre la deuxième théorie et les faits sont encore trop palpables pour qu'on soit autorisé à s'en tenir à l'hypothèse de l'atmosphère solaire. Je vais dire à cet égard toute ma pensée, et montrer que cette hypothèse doit être entièrement rejetée.

» Du moment où l'on admet, comme nous venons de le faire, que l'émission dépend, non plus de l'épaisseur entière de la photosphère, mais d'une faible partie de cette épaisseur, il en résulte que cette photosphère devrait présenter, au moins dans cette épaisseur, une homogénéité parfaite pour que l'émission fût partout proportionnelle au cosinus de l'angle θ. Si, par exemple, la photosphère affectait une structure rayonnée par des courants ascendants continuels, comme sir W. et sir J. Herschel inclinent à le croire, il pourrait se faire que l'émission ne se fît pas avec une égale facilité dans toutes les directions. Alors il se produirait, par ce fait seul, une diminution d'intensité tout à fait semblable à celle qu'on observe réellement sur les bords. Depuis les travaux de MM. de la Provostaye et Desains sur la chaleur, la loi d'émission que je viens de substituer à celle de Laplace a perdu son prestige dans ce qu'elle a d'absolu. Après avoir prouvé par des expériences précises que le rapport des pouvoirs émissifs de deux substances peut changer beaucoup avec l'inclinaison des rayons, M. de la Provostaye va plus loin et montre que cette loi ne dérive des raisonnements de Fourier qu'autant qu'on attribue aux corps un pouvoir réflecteur constant, ou même absolument nul. Poser ce principe en thèse absolue, ce serait admettre une contradiction dans les termes. Je me laisse guider par ces vues très-philosophiques d'un physicien dont les travaux ont si largement

(1) Si on voulait appliquer ces règles à l'évaluation de M. Arago, il faudrait supposer que le rapport $\frac{40}{41}$ répond à une certaine distance du bord, à 14″,6 par exemple. Alors $\theta = 80°$, $f = 0,0052$, $e^{-f} = 0,9948$. La colonne de 55 000 mètres de Laplace se trouverait réduite à 199 mètres, et l'extinction au centre du disque serait de $\frac{1}{200}$. Quant à l'extinction totale, comme la convergence de la fraction continue serait d'une lenteur désespérante, il faut réduire en série ordinaire l'intégrale définie qu'elle représente. En négligeant les puissances de f supérieures à la première, on obtient ainsi $e^{-f}(1-f)$ pour l'intensité totale, ici 0,9893. Ainsi cette atmosphère tout entière n'enlèverait au soleil que la centième partie de son éclat réel. En se plaçant plus près du bord, on obtiendrait des résultats plus faibles encore.

contribué à constituer sur l'expérience et sur les déductions mathématiques une des branches principales de la science, et après avoir critiqué la loi absolue admise à priori par Laplace, je me garderai d'en proposer une à mon tour. Mais je me crois autorisé, par la discussion précédente, à poser ces conclusions :

» La loi d'émission de Laplace $\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)$ ne s'applique pas au soleil ; la loi ordinaire ($\cos\theta$) s'adapte beaucoup mieux aux circonstances principales du phénomène, mais alors, par la nature même des considérations qui conduisent à cette dernière loi, l'affaiblissement des bords du soleil pourrait résulter d'une légère modification de cette loi qui deviendrait sensible pour les incidences extrêmes, sans qu'il y eût lieu de recourir à l'hypothèse d'une atmosphère absorbante.

» Mais ce n'est pas assez de dire que l'hypothèse d'une atmosphère solaire n'est pas indiquée par la nature même de la question. En dehors de la question d'intensité, cette hypothèse est de plus en contradiction avec les faits les mieux établis et les plus faciles à vérifier.

» 1°. La netteté des taches, des pénombres au bord du soleil. Que l'on compare cette netteté, supérieure à celle des bords de la lune qui n'a pas d'atmosphère, avec la confusion des contours et des formes sur les bords des planètes entourées d'une atmosphère non équivoque, comme Jupiter et Mars.

» 2°. L'identité des raies du spectre au centre et aux bords, constatée par Forbes en 1836, à l'occasion d'une éclipse annulaire. S'il y avait autour du soleil une de ces gigantesques atmosphères que l'on a imaginées, il y aurait aussi, selon toute probabilité, une différence considérable entre les raies du bord et celles du centre. Voir à ce sujet les expériences de M. Piazzi Smyth, directeur de l'Observatoire royal d'Edimbourg, au pied et au sommet du Pic de Ténériffe.

» Cependant trois faits pourraient être invoqués comme preuves indirectes à l'appui de l'atmosphère solaire : la couronne des éclipses, les facules, et l'accélération de la comète d'Encke.

» La couronne des éclipses, dans son ensemble, ne ressemble nullement à une atmosphère ; pour en juger sainement, il suffit d'en rassembler les descriptions et les dessins.

» Les facules sont attribuées par le P. Secchi à la hauteur de certaines grandes dénivellations de la photosphère, bien constatées par M. Dawes et par le P. Secchi lui-même. Grâce à cette hauteur, les facules se trouveraient dégagées des couches les plus basses et les plus absorbantes de l'atmosphère

extérieure du soleil; elles brilleraient donc pour nous d'un plus vif éclat que les régions voisines. Mais on peut les expliquer plus simplement par l'inclinaison même de leurs faces. Peu sensible au centre du disque, une différence d'inclinaison de quelques degrés peut en produire une très-sensible vers les bords, si l'émission décroît avec quelque rapidité pour des obliquités très-grandes, comme je viens de dire.

» Quant au milieu résistant qui affecterait près du soleil la forme et la constitution d'une atmosphère, j'ai démontré mathématiquement que le fait unique pour lequel cette hypothèse a été imaginée peut s'expliquer d'une autre manière et se rattacher simplement à la force qui agit incontestablement sous nos yeux dans la production des queues de comètes et des particularités les plus détaillées de leur figure (1).

» Je ferai remarquer enfin que l'identité des raies du spectre produit par les parties centrales ou marginales du disque solaire, identité constatée par Forbes en 1836, semble confirmer la loi que j'ai substituée à celle de Laplace; car, admettre que la lumière émise en un point quelconque du disque provient d'une épaisseur constante de la photosphère, c'est dire que l'absorption de certains rayonnements se fera partout dans des conditions identiques. Si pourtant l'émission était moins abondante sur les bords, il pourrait en résulter quelques différences entre les raies des deux spectres, différences trop faibles d'ailleurs pour altérer leur distribution générale dont l'identité a été constatée. Je me propose d'étudier spécialement cette question *à l'aide d'objectifs à très-longs foyers*, et je la recommande aussi à l'attention des observateurs de l'éclipse prochaine.

» Il me paraît aussi fort utile de reprendre dans les mêmes conditions instrumentales l'étude de l'intensité lumineuse du disque solaire, afin de contrôler la théorie par des mesures plus nombreuses que celles de Bouguer, plus directes que celles du P. Secchi. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Essai de résolution des équations par les séries et les logarithmes; par* **M. B. Valz**.

« Nous avons déjà donné dans les *Comptes rendus* de l'Académie du 29 octobre 1855 un moyen simple de résoudre les équations par l'abaisse-

(1) *Voir* aussi les travaux de M. Roche sur la figure des noyaux cométaires. La répulsion exercée par les surfaces incandescentes, qui a été l'objet des belles expériences de M. Boutigny, et la répulsion *simple* que j'attribue aux astres radieux, semblent être des manifestations analogues d'une force unique, jusqu'ici peu étudiée, et pourtant presque aussi générale que l'attraction.

ment de puissance des racines, qui dispense de la recherche de leurs limites, de l'équation laborieuse aux carrés de leurs différences, et des fractions continues, qui exigent déjà la résolution d'un plus grand nombre d'équations que de décimales à obtenir. On a employé avec avantage les fonctions circulaires à la résolution des équations des troisième et quatrième degrés, et c'est la plus simple et la plus ordinairement employée; mais celle du quatrième degré devient assez laborieuse, et exige même la résolution préalable de l'équation du troisième degré, pour laquelle on doit distinguer trois cas et dix formules différentes. Les équations du cinquième degré n'ont pu être résolues de la même manière, tandis qu'elles peuvent l'être par les logarithmes, comme celles du troisième degré. Puisqu'on n'a pas encore pensé à une pareille application, nous essayerons d'y avoir recours, en commençant d'abord par le troisième degré; et pour rendre les formules les plus simples, nous emploierons les transformations suivantes :

$$x^3 = g(x+1), \quad h = y(y^2+1), \quad z = k(x^3+1),$$

lorsque x, y, z seront supérieurs à l'unité, ce qu'on reconnaîtra promptement, et l'on aura

$$2\mathrm{L}x = \mathrm{L}g + 0{,}43429\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x^3} - \ldots\right),$$

$$\mathrm{L}h = 3\mathrm{L}y + 0{,}43429\left(\frac{1}{y^3} - \frac{1}{2y^4} + \frac{1}{3y^6} + \ldots\right),$$

$$2\mathrm{L}z + \mathrm{L}k + 0{,}43429\left(\frac{1}{z^3} - \frac{1}{2z^6} + \frac{1}{3z^9} - \ldots\right),$$

et $g^{\frac{1}{2}}$, $h^{\frac{1}{3}}$, $k^{-\frac{1}{2}}$, seront des valeurs approchées de x, y, z, qui, substituées dans les séries, donneront ces valeurs plus exactes, et successivement de plus en plus; mais si x, y, z étaient moindres que l'unité, on ferait

$$x^3 = gx\left(\frac{1}{x}+1\right), \quad h = y^3\left(\frac{1}{y^3}+1\right), \quad z = kz^3\left(\frac{1}{z^3}+1\right),$$

et l'on aurait

$$3\mathrm{L}x = \mathrm{L}g + 0{,}43429\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \ldots\right),$$

$$\mathrm{L}k = \mathrm{L}y + 0{,}43429\left(y^2 - \frac{1}{2}y^4 + \frac{1}{3}y^6 - \ldots\right),$$

$$\mathrm{L}z = \mathrm{L}k + 0{,}43429\left(z^3 - \frac{1}{2}z^6 + \frac{1}{3}z^9 - \ldots\right).$$

Enfin si x, y, z différaient peu de l'unité, on ferait

$$x = y + \sqrt{\frac{g}{3}},$$

et l'on parviendrait par de nouvelles transformations à

$$z^2 = k(z^3 + 1), \quad h = y^2(y + 1), \quad x^3 = g(x^2 + 1),$$

ce qu'on obtiendrait aussi plus directement, mais plus péniblement, en chassant le troisième terme de l'équation complète. Prenant pour exemple l'équation de Lagrange $x^3 - 7(x + 1) = 0$, on aura

$$2\mathrm{L}x = \mathrm{L}7 + 0{,}43429\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x^3} - \ldots\right).$$

La valeur provisoire de $x = \sqrt{7} = 2{,}64$ étant évidemment trop faible, on pourrait, pour abréger et simplifier le calcul, essayer d'abord $x = 3$; mais pour montrer la progression rapide des valeurs successives, on prendra $x = 2{,}64$, qui donnera $3{,}11$, celle-ci $3{,}04$ et cette dernière $3{,}049$, comme le trouve Lagrange en déterminant onze coefficients pour l'équation aux carrés des différences des racines, cherchant ensuite les limites de ces racines, et résolvant après plusieurs équations pour obtenir la fraction continue qui donne la valeur de la racine.

» Euler a donne le développement en série des racines, en admettant que leur valeur approchée est donnée; mais, sans chercher une pareille approximation, on peut obtenir par le retour des suites, d'après l'équation $m + nx + px^2 + qx^3 = 0$, la valeur de

$$x = -\frac{m}{n} - \frac{pm^2}{n^3} - \frac{2p - nq}{n^5}m^3 - \frac{p^3 - npq}{n^7}5m^4 - \ldots;$$

mais pour qu'elle devienne plus convergente, il faudra que $\frac{m}{n}$ soit aussi faible qu'il se pourra. Pour cela, avec l'équation $z^3 + az^2 + bz + c = 0$, on fera

$$z = x + k,$$

et l'on obtiendra

$$x^3 + (3k + a)x^2 + (3k^2 + 2ak + b)x + k^3 + ak^2 + bk + c = 0,$$

et en substituant pour k la suite des nombres naturels, on reconnaîtra facilement celui qui rendra $\frac{m}{n}$ le plus faible. Soit, pour exemple, une autre équa-

tion de Lagrange, $x^3 - 2x - 5 = 0$. Elle donnera

$$\frac{m}{n} = \frac{k^3 - 2k - 5}{3k^2 - 2},$$

et faisant $k = 1, 2, 3$, on a

$$\frac{m}{n} = -6, \ -\frac{1}{10}, \ -\frac{16}{25};$$

avec $k = 2$, on obtient

$$z^3 + 6z^2 + 10z - 1 = 0,$$

et avec le quatre premiers termes de la série,

$$z = 0,1 - 0,006 + 0,00062 - 0,000078 = 0,094552 \quad \text{et} \quad x = 2,094552,$$

et Lagrange,

$$2,09455149,$$

en calculant onze coefficients, la limite de la racine et dix équations diverses, ce que deux ou trois termes de plus de la série donneraient.

» Voici encore une autre série qui pourra être aussi employée :

$$z = -c^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}a - \frac{a^2 + 36}{9c^{\frac{1}{3}}} - \frac{2a^3 + 45ab}{27c^{\frac{2}{3}}} - \frac{4a^4 + 112a^2b}{972c} - \ldots$$

Mais on ne poussera pas plus loin ces développements compliqués, parce que l'equation à trois termes $x^3 - x - m = 0$ nous offrira des séries plus simples et plus convergentes, telles que les suivantes :

$$x = m^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3m^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{81m^{\frac{5}{3}}} + \frac{1}{243m^{\frac{7}{3}}} - \frac{4}{6561m^{\frac{11}{3}}} + \ldots,$$

$$x = -m - m^3 - 3m^5 - 12m^7 - 55m^9 - 273m^{11} - 1428m^{13} - 6861m^{15} - \ldots,$$

qui ne sera assez convergente que lorsque m ne sera qu'une fraction moindre que $\frac{1}{3}$. En faisant $x = z\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}}$ et $k = \frac{\sqrt{8} - m\sqrt{27}}{27}$, on aurait encore

$$z = k^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}k + \frac{5}{8}k^{\frac{3}{2}} + k^2 + \frac{231}{128}k^{\frac{5}{2}} + \frac{173}{60}k^3 + \ldots.$$

Si pour simplifier on prend $m = 8$, les trois premiers termes de la première

série donneront

$$x = 2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{32,81} + \frac{1}{243,128} = 2,1663,$$

comme de fait.

» On pourrait bien encore obtenir d'autres séries, mais elles deviennent trop compliquées et trop pénibles à employer au calcul. Pour le montrer, nous reproduirons seulement la suivante :

$$\begin{aligned} x = 1 & - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} m^2 + m^4 + \frac{7}{6} m^6 + 15 m^8 + \ldots \\ & - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} m^2 + \frac{3}{8} m^4 + \frac{5}{4} m^6 + \frac{11}{2} m^8 + \ldots \\ & - \frac{1}{16} + \frac{3}{16} m^2 + \frac{3}{16} m^4 + \frac{5}{8} m^6 + \frac{21}{8} m^8 + \ldots \\ & - \frac{5}{128} + \frac{5}{32} m^2 + \frac{5}{64} m^4 + \frac{5}{16} m^6 + \frac{179}{128} m^8 + \ldots \\ & - \frac{7}{256} + \frac{35 m^2}{256} + 0 + \frac{69 m^6}{256} + \frac{245 m^8}{256} + \ldots \\ & - \frac{21}{1013} + \ldots \\ & - \ldots . \end{aligned}$$

» Dans l'équation complète du quatrième degré, on pourra faire disparaître à volonté le deuxième, troisième ou quatrième terme, ce qui offrira un bien plus grand nombre de transformations logarithmiques que pour le troisième degré, parmi lesquelles on pourra choisir celles qui conviendront le mieux, et nous ne mentionnerons que les plus simples pour x [illegible] 1 et mx [illegible] n, qui seront pour l'équation $x^4 + x^2 = mx + n$,

$$x^2 (x^2 + 1) = mx \left(\frac{n}{mx} + 1 \right) = n \left(\frac{mx}{n} + 1 \right)$$

et

$$x^4 \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) = mx \left(\frac{n}{mx} + 1 \right) = n \left(\frac{mx}{n} + 1 \right).$$

» La série générale pour x sera la même que pour le troisième degré, en y ajoutant les termes pour le nouveau coefficient de x^4, dont on trouvera la longue énumération poussée avec une extrême précision jusqu'à soixante-sept termes par Rubliani, dans la traduction par Chompré de la *Trigonométrie* de Cagnoli, deuxième édition, p. 46, et dont Lagrange a donné la loi de forma-

tion inconnue jusqu'à lui, ce qui eût dispensé d'aussi longs et pénibles développements. On pourrait bien obtenir d'autres séries plus simples; mais il devient assez inutile de s'y arrêter, parce que M. Hermite ayant réduit l'équation du quatrième degré à trois termes, et résoluble comme celle du deuxième degré, il sera plus court et plus facile de recourir à cette transformation.

» L'équation du cinquième degré offrira l'avantage d'être employée sous la forme remarquable donnée par le géomètre anglais Jerrard

$$x^5 - x - m = 0,$$

qui se résoudra par logarithmes en faisant $x(x^4 - 1) = m$ ou autres formes, comme pour le troisième degré, si $x > 1$, et $x\left(\frac{1}{x^4} - 1\right) = -m$ si $x < 1$, et pour simplifier le calcul, faisant $m = 10$, on aura

$$5\mathrm{L}x = 1 + 0,43429\left(\frac{x}{10} - \frac{x^2}{200} + \frac{x^3}{3000} - \ldots\right),$$

d'après $x^5 = x\left(\frac{m}{x} + 1\right)$, et la valeur provisoire de $x = 1,6$ donnera $1,633$, et celle-ci $1,6336$, comme c'est en effet.

» Pour employer la série générale

$$x = -\frac{m}{n} - \frac{pm^2}{n^3} - \frac{2p - nq}{n^5}m^3 - \frac{5p^3 - 5npq}{n^7}m^4 - \ldots,$$

faisant $x = z + k$, on aura, au lieu de l'équation à trois termes,

$$z^5 + 5kz^4 + 10k^2z^3 + 10k^3z^2 + (5k^4 - 1)z + k^5 - k - \mathrm{M} = 0,$$

et pour $\frac{m}{n} = \frac{k^5 - k - m}{5k^4 - 1}$, faisant $k = 1, 2, 3$, on aura

$$\frac{m}{n} = -\frac{1}{4}\mathrm{M},\quad \frac{30 - \mathrm{M}}{79},\quad \frac{240 - \mathrm{M}}{404}.$$

Si l'on prend $\mathrm{M} = 20$, on aura

$$k = 2,$$

et

$$z^5 + 10z^4 + 40z^3 + 80z^2 + 79z + 10 = 0,$$

et

$$z = -\frac{10}{79} - \frac{8000}{79^3} - \frac{240000}{79^5} - \frac{13010000000}{79^7} = 0,1452,$$

et $x = 1{,}8548$ au lieu de $1{,}853$ qu'on aurait avec plus de quatre termes. Mais sans pousser aussi loin ces développements trop complexes, l'équation à trois termes nous offrira des séries plus simples, telles que

$$x = m^{\frac{1}{5}} + \frac{1}{5m^{\frac{3}{5}}} - \frac{1}{25m^{\frac{7}{5}}} - \frac{1}{125m^{\frac{11}{5}}} - \frac{21}{15625m^{\frac{19}{5}}} - \frac{78}{78125m^{\frac{23}{5}}} - \ldots$$

$$x = -m - m^5 - 5m^9 - 35m^{13} - 285m^{17} - 2530m^{21} - 23351m^{25} - \ldots,$$

qui devra être employée lorsque $m < \frac{1}{2}$. Si comme ci-dessus $m = 10$, $x = 1{,}5849 + 0{,}0502 - 0{,}0016 + 0{,}0001 - \ldots = 1{,}6336$, comme par logarithmes.

» L'équation du sixième degré, réduite à la forme

$$x^6 + x^4 + ax^3 = bx^2 + cx + d,$$

donnera la transformation

$$x^3(x^3 + x)\left(\frac{a}{x^3 + x} + 1\right) = (bx^2 + cx)\left(\frac{d}{bx^2 + cx} + 1\right)$$

ou

$$3\mathrm{L}x + \mathrm{L}a + 0{,}43429\left[\frac{x^3 + x}{a} - \frac{(x^3 + x)^2}{2a^2} + \frac{(x^3 + x)^3}{3a^3} - \ldots\right]$$
$$= \mathrm{L}a + 0{,}43429\left[\frac{bx^2 + cx}{d} - \frac{(bx^2 + cx)^2}{2d^2} + \frac{(bx^2 + cx)^3}{3d^3} - \ldots\right],$$

bien plus compliquée que les précédentes; mais lorsqu'on sera parvenu à la réduire à trois termes, comme pour le cinquième degré, ou comme pour le quatrième, le calcul en deviendra plus court et les séries plus simples. Les degrés présenteraient naturellement des transformations de plus en plus complexes. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches sur les proportions d'azote combiné qui peuvent se trouver dans les différentes couches du sol, soit à l'état de matières organiques, soit à l'état de matières azotées diverses, autres que les nitrates; par* **M. J.-Isidore Pierre**. (Extrait.)

« Il est admis généralement aujourd'hui que les matières azotées contenues dans une terre jouent un rôle important dans la puissance productive de cette terre, exercent une influence énergique sur les récoltes qui lui sont confiées. Toute recherche, si incomplète qu'elle soit, qui paraît de nature

à jeter quelque jour sur l'abondance et sur la répartition des matières azotées dans un sol donné, devra donc être enregistrée avec soin, parce qu'elle pourra fournir, tôt ou tard, à l'agronomie des éléments d'utiles discussions, servir de point de départ ou de contrôle à des aperçus nouveaux et à des recherches plus complètes. C'est à ce titre que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie les résultats de quelques expériences sur la proportion d'azote combiné qui peut se trouver dans les différentes couches du sol, à tout autre état qu'à l'état de nitrates. Ces expériences ont été faites sur la terre de deux champs situés dans le voisinage de Caen, et distants l'un de l'autre d'environ 500 à 600 mètres, dans un sol argilo-calcaire un peu siliceux, profond, où viennent parfaitement bien le trèfle, la luzerne et le sainfoin.

Première série d'analyses.

» Un champ d'environ 2 hectares avait porté, pendant deux ans, un mélange de trèfle et de sainfoin et n'avait pas reçu d'engrais directement depuis près de quatre ans. Environ un an après la destruction de la prairie artificielle, on y a pratiqué, à huit places différentes régulièrement distribuées, des trous d'environ 50 centimètres. On a pris à la bêche, dans chacun de ces trous, deux échantillons de terre d'environ 500 à 600 grammes: le premier, dans la couche supérieure, correspondant aux vingt premiers centimètres; le second, au-dessous, dans la couche comprise depuis 20 jusqu'à 40 centimètres de profondeur. On a mélangé avec soin, d'une part les huit échantillons de la couche supérieure, et d'autre part les huit échantillons de la couche inférieure, afin d'obtenir pour chacune de ces couches un échantillon moyen qui en représentât aussi bien que possible la composition chimique.

» La terre prise dans la couche supérieure, c'est-à-dire prise aussi uniformément que possible dans la couche qui s'étend depuis l'extrême surface jusqu'à 20 centimètres de profondeur, contenait, par kilogramme, $1^{gr},659$ d'azote à l'état de combinaison (non compris les nitrates).

» La terre de la seconde couche, comprise entre 20 et 40 centimètres de profondeur, renfermait $1^{gr},157$ d'azote par kilogramme. Elle contenait, en outre, par kilogramme, $2^{gr},3$ de silice soluble dans les acides très-étendus.

» Si nous calculons, à l'aide de ces données, la proportion d'azote combiné que renferme ainsi par hectare chacune des deux couches de terre que nous venons d'examiner, en admettant que la terre tassée, qui n'a pas été

labourée de l'année, pèse autant que deux fois son volume d'eau, c'est-à-dire 2000 kilogrammes le mètre cube, nous trouverons qu'une couche de terre de 10000 mètres carrés (ou 1 hectare) de superficie, sur 20 centimètres d'épaisseur, représente un volume de 2000 mètres cubes, pesant 4000 kilogrammes; par conséquent, elle contiendrait 4000 fois $1^{gr},659$ ou 6636 kilogrammes d'azote.

» Un raisonnement et un calcul semblables nous conduiraient à reconnaître que la deuxième couche doit contenir par hectare 4628 kilogrammes d'azote en combinaison.

Deuxième série d'analyses.

» J'ai profité de l'existence de plusieurs carrières ouvertes récemment dans un champ situé, comme le premier, dans le voisinage de Caen, à une distance d'environ 500 à 600 mètres du précédent. Le champ dans lequel se trouvaient ces carrières était en assez mauvaise façon et avait été un peu négligé depuis un ou deux ans. J'ai pris sur un assez grand nombre de points de chacune de ces carrières, et en procédant avec toutes les précautions possibles pour éviter le mélange des terres appartenant aux diverses couches que je me proposais d'examiner séparément, des échantillons destinés à représenter, dans les meilleures conditions, chacune de ces couches, et j'en ai fait ensuite un examen séparé dont voici les résultats :

» *Première couche* allant depuis l'extrême surface jusqu'à 25 centimètres de profondeur.

» On a trouvé dans 1 kilogramme de terre brute :

Gravier et pierrailles..............	34 grammes.
Terre proprement dite...........	966 »

Cette dernière contenait par kilogramme :

Carbonate de chaux..................................	141 grammes.
Argile siliceuse très-ferrugineuse.........................	626 »
Humus et sels divers, solubles dans l'acide azotique étendu.	233 »
Azote combiné par kilogramme..........................	$12^{gr},732$

» *Deuxième couche*, de 25 à 50 centimètres de profondeur.

» L'échantillon moyen se composait par kilogramme de :

Gravier et pierrailles..............	16 grammes.
Terre proprement dite..............	984 »

Cette dernière contenait par kilogramme :

Carbonate de chaux	68 grammes.
Argile siliceuse très-ferrugineuse	909 »
Humus et sels divers, solubles dans l'acide azotique étendu.	23 »
Azote en combinaison dans chaque kilogramme de terre	1gr,008

» *Troisième couche*, de 50 à 75 centimètres de profondeur.

» L'échantillon moyen, pris dans cette couche, contenait par kilogramme :

Gravier et pierrailles	91 grammes.
Terre proprement dite	909 »

» La composition générale de cette dernière se représentait, sur 1 kilogramme de terre brute, par

Carbonate de chaux	76 grammes.
Argile siliceuse très-ferrugineuse	906 »
Humus et sels divers, solubles dans l'acide azotique étendu.	18
Azote en combinaison dans chaque kilogramme de terre	0gr,7655

» *Quatrième couche*, de 75 centimètres à 1 mètre de profondeur; c'était à peu près la limite de la profondeur du sol au-dessus de la première couche de pierres plates de la carrière.

» L'échantillon pris dans cette couche s'est trouvé, sur 1 kilogramme, formé de :

Graviers et pierrailles	327 grammes.
Terre	673 »

et la composition de cette dernière pouvait se représenter ainsi, pour 1 kilogramme :

Carbonate de chaux	95 grammes.
Argile siliceuse très-ferrugineuse	873 »
Humus et sels divers, solubles dans l'acide azotique étendu.	32 »

» La proportion d'azote combiné contenue dans chaque kilogramme de cette terre s'élevait à 0gr,837, c'est-à-dire qu'elle était supérieure, poids pour poids, à celle qu'on avait trouvée dans la terre de la couche précédente.

» Comme on trouvait encore, au-dessous de cette couche, des masses irrégulières de terre disséminées sur certains points, entre les lits fendillés des pierres plates de la carrière, depuis la profondeur d'un mètre jusqu'à

celle de 2 mètres, j'ai pensé qu'il serait intéressant d'en faire également l'examen.

» Cette terre, abstraction faite des pierrailles, était composée de :

Carbonate de chaux très-légèrement magnésien, et sels divers solubles dans les acides, avec très-petite quantité de matières organiques...	452 grammes.
Argile siliceuse très-ferrugineuse....................................	548 »

Elle contenait encore par kilogramme $0^{gr}2865$ d'azote en combinaison.

» Si, comme dans la première série d'analyses, nous admettons que la terre examinée pèse 2000 kilogrammes le mètre cube, ce qui, à raison du tassement observé, doit être bien peu éloigné de la vérité, nous trouverons que la proportion d'azote combinée contenue dans chacune des couches pourrait être ainsi représentée sur un hectare :

	Azote par hectare de terre brute.	Azote par hectare de terre débarrassée de graviers et de pierrailles.
1re couche jusqu'à $0^m,25$..........	8366 kil.	8660 kil.
2e couche de $0^m,25$ à $0^m,50$........	4959	5040
3e couche de $0^m,50$ à $0^m,75$........	3479	3827
4e couche de $0^m,75$ à 1^m..........	2816	4185
Total.....	19620	21712

» Enfin l'azote contenu à l'état de combinaison dans la terre, disséminé entre les lits de pierre, à une profondeur comprise entre 1 et 2 mètres, représenterait encore 1433 kilogrammes par hectare, si cette terre formait à elle seule une couche de 25 centimètres d'épaisseur. Ces résultats, considérés dans leur ensemble, nous montrent que, sans tenir compte des nitrates qu'elle contient, une couche de terre d'un mètre d'épaisseur peut renfermer des masses considérables de matières azotées, destinées par la Providence à subvenir à l'entretien et au développement des récoltes à venir.

» Nous voyons également que les racines des plantes fourragères pivotantes, lorsqu'elles pénètrent à des profondeurs considérables, peuvent encore y trouver en proportions assez importantes les éléments nécessaires à leur développement.

» Il est facile de comprendre, en présence de ces résultats, comment le trèfle peut, sans nuire à la fertilité des couches superficielles, trouver dans le sol, pendant les deux années de sa durée, les 264 kilogrammes d'azote, nécessaires à la production de ses quatre coupes ; comment le sainfoin peut y

trouver, tout en enrichissant par ses débris la couche céréalifère, les 335 kilogrammes d'azote dont l'analyse indique la présence dans le produit de ses trois années d'existence; comment la luzerne, sans affamer la couche supérieure du champ qui la nourrit pendant cinq ans, peut prélever sur celui-ci à l'état de fourrage près de 800 kilogrammes d'azote en combinaison; comment enfin les racines de cette plante qui cessent de se développer normalement dès que la nourriture leur fait défaut, peuvent encore trouver, à 2 mètres de profondeur, l'un des éléments que l'on s'accorde à considérer aujourd'hui comme les plus indispensables à la végétation.

» A quel état de combinaison et sous quelle forme se trouvent ces *vingt mille kilogrammes* d'azote que l'on peut trouver sur un hectare de terre, sans pénétrer à plus d'un mètre de profondeur? C'est ce qu'il serait peut-être assez difficile de préciser dans l'état actuel de nos connaissances, malgré les travaux remarquables qui ont été publiés dans ces derniers temps. Toutefois si nous nous rappelons comment sont habituellement appliqués sur le sol les engrais de toute nature qui lui sont confiés, si nous nous rappelons que ces engrains sont ordinairement incorporés dans la couche supérieure à une profondeur qui dépasse rarement 20 à 25 centimètres, nous serons obligé de reconnaître que cette masse d'azote que nous trouvons dans le sol, à une plus grande profondeur, ne doit pas y avoir été introduite par l'homme directement.

» A priori, on peut attribuer à trois sortes de causes principales les matières azotées disséminées actuellement dans les couches inférieures du sol qui ne sont pas entamées par les instruments aratoires :

» 1°. Les matériaux constitutifs du sol primitif avant toute culture, même avant leur désagrégation, pouvaient contenir en combinaison une portion plus ou moins importante de l'azote qui s'y trouve aujourd'hui.

» 2°. L'atmosphère apporte, depuis des siècles, un notable contingent de matières azotées de natures diverses.

» 3°. Enfin les engrais incorporés dans la couche arable ont pu céder aux couches inférieures une partie de leurs principes fertilisants. »

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE. — *Sur une méthode propre à rechercher, si l'azimut de polarisation du rayon réfracté, est influencé par le mouvement du corps réfringent. Essai de cette méthode ;* par **M. H. Fizeau**. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Section de Physique.)

« L'existence de l'éther lumineux paraît aujourd'hui si bien établie, et le rôle que ce milieu, universellement répandu, peut jouer dans la nature, semble devoir être si considérable, que l'on a lieu de s'étonner du petit nombre de phénomènes encore connus, dans lesquels il se révèle avec certitude. On peut entrevoir cependant, que les plus grands progrès pour les sciences physiques, seront la conséquence probable des découvertes qui viendront successivement ajouter à nos connaissances sur ce sujet. Sous l'influence de cette pensée, j'ai entrepris diverses recherches dirigées spécialement vers le but que je viens d'indiquer. Les premiers résultats positifs auxquels je suis parvenu, ont été le sujet d'un précédent Mémoire, soumis en 1851 au jugement de l'Académie. Dans ce Mémoire on examine diverses hypothèses faites sur les rapports de l'éther lumineux avec les corps en mouvement; on montre ensuite que ces hypothèses peuvent être soumises à une épreuve décisive, en mesurant la vitesse de la lumière dans les corps en repos et dans les corps en mouvement ; enfin on rapporte les résultats des expériences dans lesquelles on a pu constater, que le mouvement d'un corps change réellement la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans son intérieur. C'est en chassant avec vitesse une colonne d'eau dans le double tube d'Arago, et en observant le déplacement des franges d'interférences formées par les rayons qui avaient traversé l'eau en mouvement, que ce phénomène a pu être constaté et mesuré.

» La même expérience a été faite avec un milieu gazeux, l'air, également animé d'une grande vitesse ; mais le déplacement des franges dans cette circonstance a été insensible. On rapporte dans le Mémoire les raisons qui expliquent ce résultat négatif, et l'on montre qu'il doit être attribué à la faible densité de la matière, et qu'il ne contredit nullement le fait observé avec l'eau.

» Pour compléter et étendre les résultats des recherches que je viens de rappeler, il était important d'étudier sous le même rapport un corps solide

comme le verre, afin de constater si la lumière s'y propage aussi avec des vitesses différentes, lorsqu'il est en repos ou en mouvement. C'est dans ce but qu'ont été entreprises les recherches, qui font le sujet du nouveau Mémoire que je soumets aujourd'hui au jugement de l'Académie.

» Quant au mode d'observation, celui qui avait été précédemment employé pour l'air et pour l'eau, pouvait bien s'appliquer aux autres gaz et aux liquides de différente nature, mais il ne permettait pas l'emploi des corps solides. Il a donc fallu recourir à d'autres principes et employer une méthode différente. Voici les principes sur lesquels on s'est appuyé : On sait depuis longtemps, d'après les recherches de Malus, de M. Biot et de sir D. Brewster, que lorsqu'un rayon de lumière polarisée vient à traverser une lame de verre inclinée, le plan de polarisation n'est plus en général le même dans le rayon transmis que dans le rayon incident. Sous l'influence des deux réfractions produites par les deux surfaces de la lame, le plan de la polarisation primitive éprouve une certaine rotation dont la valeur dépend simultanément : 1° de l'inclinaison du rayon sur la lame de verre ou de l'angle d'incidence ; 2° de l'azimut du plan de la polarisation primitive rapportée au plan de la réfraction ; 3° de l'indice de réfraction de la matière dont la lame est formée.

» C'est surtout l'influence de l'indice de réfraction qu'il convient de considérer pour le sujet qui nous occupe. L'angle d'incidence et l'azimut restant les mêmes, la rotation est d'autant plus grande, que la matière dont la lame est formée possède un indice de réfraction plus élevé ; et comme l'indice de réfraction d'un corps est inversement proportionnel à la vitesse de la lumière dans ce milieu, il suit de là que la valeur de la rotation est subordonnée à la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans la substance considérée, cette rotation étant d'autant plus grande, que la vitesse de la lumière y est plus faible. Si donc la vitesse de la lumière vient à varier par une cause quelconque à l'intérieur de la substance, on peut prévoir que la rotation subira une variation correspondante, et l'étude de la vitesse de la lumière peut être ainsi ramenée à l'observation d'un phénomène facile à constater, comme la rotation du plan de polarisation.

» Examinons maintenant, comment ce principe peut être appliqué à la recherche des petites variations de vitesse, que peut éprouver la lumière lorsqu'elle traverse un corps solide en mouvement.

» Avant tout, il a paru nécessaire de déterminer *le changement apporté à la valeur de la rotation, par un accroissement ou une diminution dans la valeur de l'indice de réfraction*. Des mesures directes et comparatives des indices

de réfraction et des rotations, pour le flint et le verre ordinaire, sont rapportées dans le Mémoire; elles montrent que l'indice venant à augmenter d'une petite fraction, la rotation augmente d'une fraction 4 fois et demie plus grande.

» Cherchons maintenant *quel est le changement de vitesse que l'on peut attribuer à un rayon de lumière, dans l'intérieur du verre, lorsqu'on suppose ce corps en mouvement.*

» Bien qu'aucune expérience positive n'ait encore décidé la question, les probabilités les plus grandes autorisent à supposer, que le mouvement du milieu doit donner lieu pour le verre à un changement de vitesse du rayon intérieur, analogue à celui que l'expérience a constaté pour l'eau, et que ce changement doit se faire, pour l'un comme pour l'autre milieu, suivant l'hypothèse conçue par Fresnel, comme la plus propre à expliquer à la fois le phénomène astronomique de l'aberration de Bradley et l'expérience négative d'Arago sur la réfraction de la lumière des étoiles par un prisme de verre : réfraction que ce grand physicien avait supposé devoir être influencée par le mouvement de la terre dans son orbite, et que l'expérience a montré être parfaitement constante.

» On est donc autorisé à employer la formule de Fresnel, pour prévoir la valeur du changement de vitesse que peut éprouver le rayon intérieur du verre sous l'influence du mouvement.

» La plus grande vitesse d'un corps matériel qu'il nous soit donné de faire intervenir dans nos expériences, est certainement la vitesse de translation de la terre dans son orbite, vitesse que notre esprit peut à peine concevoir et qui n'est pas moindre en effet de 31000 mètres par seconde. Ce mouvement, qui est insensible à nos yeux, parce que nous en sommes animés simultanément avec tous les objets qui nous entourent, a lieu suivant une direction qui, pour nos instruments, varie sans cesse et avec l'époque de l'année, et avec l'heure du jour, mais qu'il est toujours facile de déterminer. A l'époque des solstices, par exemple, la direction de ce mouvement se trouve être horizontale, et de l'est à l'ouest à l'heure de midi; de sorte que dans ces circonstances, une lame de verre recevant un rayon de lumière venant de l'ouest, doit être considérée comme se mouvant réellement d'une vitesse de 31000 mètres par seconde, dans un sens contraire à celui de la propagation de la lumière. Si au contraire le rayon incident vient de l'est, le verre doit être considéré comme se mouvant avec cette même vitesse, dans la même direction que la lumière.

» Voici pour le verre le changement de rotation correspondant au chan-

gement de vitesse du rayon produit par le mouvement terrestre. Le calcul rapporté dans le Mémoire conduit à admettre un changement probable de $\frac{1}{1500}$ dans la rotation produite par le verre sous l'influence du mouvement annuel considéré dans ses deux directions opposées.

» *Moyen d'isoler le rayon réfracté par des piles de glaces.* — Les premiers essais ont eu pour but d'isoler parfaitement le rayon réfracté, qui seul devait être observé, des autres rayons réfléchis par les surfaces du verre.

» Des dispositions minutieuses ont été reconnues nécessaires pour isoler complétement le rayon direct, et lui conserver en même temps une direction sensiblement parallèle à sa direction première.

Disposition optique employée pour observer les rotations.

» Cet appareil décrit dans le Mémoire, permet de placer une série de piles de glaces sur le trajet d'un faisceau de lumière polarisée parallèle, le plan de la polarisation primitive étant déterminé par un cercle divisé, et la rotation de ce plan par l'action des piles étant mesurée sur un second cercle divisé au moyen d'un analyseur convenable, et l'instrument peut être orienté dans différentes directions, de manière à étudier l'influence du mouvement terrestre sur les phénomènes.

» Pour faire commodément et rapidement la double observation, on a disposé à l'avance deux miroirs fixes, l'un à l'est, l'autre à l'ouest de l'instrument, et au moyen d'un héliostat on dirige un faisceau de lumière solaire alternativement sur l'un ou l'autre de ces miroirs, d'où il est réfléchi vers l'instrument.

» Les difficultés résultant de la trempe des verres sont les plus grandes qui aient été rencontrées dans ces recherches. Un nombre considérable de fragments de verres, d'origines et de natures diverses, ont été examinés avec soin; aucun n'a été trouvé complétement exempt de trempe. On a essayé de recuire de diverses manières les glaces, et l'on est parvenu à diminuer seulement la trempe, sans la détruire. Des essais spéciaux ont été faits dans plusieurs verreries, sans résultats plus complets. Toutefois, malgré ces insuccès, il est permis d'espérer que de nouveaux essais, conduits avec persévérance, permettront de résoudre prochainement cette difficulté.

» Cependant, en employant des artifices de compensation et surtout en profitant d'une propriété remarquable des piles de glaces, d'amplifier pour certains azimuts les variations de la rotation, on est parvenu, avec des verres encore imparfaits, à réaliser plusieurs dispositions de piles au moyen desquelles on a pu faire les expériences rapportées dans les tableaux suivants :

Disposition (A).

DATES.		NOMBRE des observations. Vers l'est.	NOMBRE des observations. Vers l'ouest.	EXCÈS de rotation pour la direction ouest.	HEURE MOYENNE.	REMARQUES.
				° ′ ″	h m	
Juin	2	11	18	33	4	(Excès calculé, au solstice à midi, 45′ à 65′).
	3	34	32	45	2.30	
	4	54	57	60	12	
	5	46	55	66	12	
	6	15	15	90	11.30	
		15	15	20	1 45	
		20	20	23	4	
	7	15	15	53	11.30	
	8	25	25	38	2.30	
	9	30	27	25	3.30	
	13	30	31	54	12	
	15	17	19	73	1	
		20	22	8	4	
	16	12	13	1.29	11.45	Dans ces trois séries on a introduit à dessein une erreur constante dans l'appareil en inclinant l'axe de rotation, afin d'observer l'influence de l'heure dans des conditions différentes des précédentes.
		12	15	1.15	2.15	
		21	18	1. 1	4	
	20	17	21	42	3	
	21	27	29	57	12.15	A partir de cette série, on a ajouté à l'appareil une lunette accessoire destinée à assurer l'identité de direction du rayon dans les deux situations de l'appareil.
		21	15	31	4	
	24	40	41	46	12.15	
		20	22	— 7	4	Excès inverse, c'est-à-dire pour la direction est.
	27	10	10	53.30	1.30	A partir de cette série l'appareil est consolidé avec deux longs tubes de verre mastiqués pour éviter les flexions.
		10	10	37	3	
		10	10	23.30	4	
	28	11	12	60	12	
	30	20	20	32	2.30	
Juillet	1	26	23	53.30	12.45	
	2	24	20	49	11.30	Un fil à plomb est ajouté à l'appareil pour maintenir l'axe vertical et éviter les flexions.
		15	15	23.30	4	
	3	25	15	39	11.15	
		15	15	19	4	
	4	10	10	39	1	
		16	16	9.30	4	
	5	10	20	56.30	1	Un des miroirs (celui de l'est) ayant paru défectueux, l'autre est divisé en deux parties, la première pour l'est, la seconde pour l'ouest.
		10	10	26	3	
	6	20	20	55.30	12.15	
		10	10	25	2.30	
		10	10	23.30	3.45	
	7	10	15	47	2.30	
		10	14	30	4	
	8	10	20	62	11.15	Amélioration des images par un petit changement de direction du rayon et par l'addition d'un écran.
		10	20	50	12.45	
		11	12	43	2.45	
		10	10	19	4	
	9	8	8	55.30	10.45	Observations alternées de deux en deux pour diminuer l'influence des changements de température.
		10	10	59	12.30	
		10	10	43	2.45	
		10	10	26	4	
	11	10	10	44	10.30	
		10	10	59	12.30	
		14	14	28	4	Série de 4 h. faite avec des précautions particulières.
	12	10	10	59	1	
		10	10	27	4	
	13	16	16	50	12.30	
		14	14	31	4	
	14	10	10	43	1	Le 14 on a interverti les positions des miroirs; une pile est devenue oscillante sur son support par l'effet de la chaleur sur les lièges.
		10	10	42	2	
		10	10	3	3.45	
	15	10	10	59	12.15	

Disposition (B).

DATES.	NOMBRE DES OBSERVATIONS Vers l'est.	Vers l'ouest.	EXCÈS de rotation pour la direction ouest.	HEURE moyenne.	REMARQUES.
Septemb. 18	11	13	81′	3h.	(Excès calculé, au solstice à midi, 120′ à 140′).
20	14	18	139	2.	
24	16	16	128	1.15	Miroir de l'héliostat remplacé par un prisme à réflexion totale : observations faites avec un verre jaune.
Octobre 5	10	10	120	1.30	
6	8	4	155	2.45	Dispersion des plans des couleurs compensée par un flacon d'essence de citron.

Disposition (C).

DATES.	Vers l'est.	Vers l'ouest.	Excès.	Heure.	Remarques.
Octobre 17	15	15	55′	1h.30m	(Excès calculé, au solstice à midi, 50′ à 60′)
17	13	23	30	2.45	
22	12	11	38	2.15	Azimut de polarisation dans une position défavorable.
17	17	18	32	2.	Azimut de polarisation dans une position défavorable.
24	23	25	45	2.	Autre situation de l'azimut de polarisation.

» Tel est l'ensemble des résultats obtenus jusqu'ici; on les a rapportés en totalité, en ne supprimant que quelques séries évidemment fautives, par suite d'accidents constatés, ou faites avec un nombre d'observations insuffisant, par l'effet des interruptions produites par les nuages.

» On a du reste multiplié le plus possible les mesures, dont le nombre total s'élève à plus de 2000, afin que les moyennes fussent mieux dégagées de toutes les causes d'incertitude.

» On a rapporté les nombres obtenus avec l'indication de la date et de l'heure moyenne des observations; il eût fallu, pour les rendre immédiatement comparables, les réduire à une même époque et à une même heure; le temps a manqué pour effectuer ces calculs, mais on peut apercevoir dès maintenant certaines conséquences qui ressortent naturellement de l'ensemble de ces déterminations.

» 1°. Les rotations du plan de polarisation, produites par des piles de glaces inclinées, sont constamment plus grandes lorsque l'appareil est dirigé vers l'ouest que lorsqu'il est dirigé vers l'est, l'observation étant faite vers le milieu du jour.

» 2°. L'excès de rotation observé paraît décidément maximum, vers midi, à l'époque du solstice. Il est plus faible avant et après cette heure, et vers 4 heures il est peu sensible.

» 3°. Les valeurs numériques, déduites de différentes séries d'observations très-multipliées, présentent des différences notables, dont on peut soupçonner, mais non déterminer encore les causes avec certitude.

» 4°. Les valeurs de cet excès de rotation, calculées au moyen de raisonnements où l'on a cherché à tenir compte de l'influence du mouvement annuel de la terre, s'accordent d'une manière assez approchée avec la plupart des nombres déduits de l'observation.

» 5°. On est donc conduit, par le raisonnement et par l'expérience, à admettre comme très-probable, que l'azimut de polarisation du rayon réfracté est réellement influencé par le mouvement du milieu réfringent, et que le mouvement qui entraîne la terre dans l'espace, exerce une influence de cette nature sur les rotations produites dans la lumière polarisée par des piles de glaces inclinées.

» Ces expériences doivent être continuées au moyen d'un appareil qui sera prochainement terminé, et dont les dispositions, spécialement appropriées à ces recherches, permettront de les poursuivre avec tout le développement que réclame l'importance du sujet. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Grenier conservateur de l'invention de* **M. E. Pavy.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires MM. Boussingault, Morin, Decaisne, Maréchal Vaillant.)

« Le grenier conservateur que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie et dont je mets sous les yeux la figure accompagnée d'une légende explicative, est disposé de manière à remplir les indications suivantes :

» Il nettoie et emmagasine, presque sans frais supplémentaires, le blé à sa sortie de la machine à battre, quelle qu'elle soit, dont par conséquent il serait le complément.

» Il applique à l'emmagasinage des blés des matières qui, par leur forme

et les conditions dans lesquelles elles sont employées pour la première fois, réduisent le prix des réservoirs de 1^{fr} 50^c à 2^{fr} 40^c par contenance d'hectolitre; suivant la matière employée qui semble devoir être principalement des cylindres de poterie de 50 centimètres de diamètre et de hauteur, superposés et juxtaposés comme un faisceau de gros tuyaux d'orgue, par lesquels le blé s'écoule naturellement dans le tarare qu'ils dominent pour passer intégralement et périodiquement d'un réservoir dans un autre réservoir en recevant un énergique nettoyage, qui ne revient à bras d'homme qu'à 1 centime par hectolitre et à moins d'un $\frac{1}{2}$ centime lorsque le mouvement vient de l'excédant de force d'une machine à vapeur ou d'un manége, d'une chute d'eau ou des ailes d'un moulin à vent.

» Ainsi par l'ensemble des combinaisons de cet appareil, quelques minutes suffisent pour extraire le blé de la gerbe, le nettoyer deux ou trois fois, l'emmagasiner et le convertir en farine de plusieurs qualités sans que la meule ou la main du meunier s'en mêlent, avec une très-notable économie de force et de personnel; ou le livrer au commerce, très-propre, mis dans les sacs pesés et comptés sans l'assistance de l'homme et ayant dans ces différentes opérations économisé 10 personnes. Un grenier conservateur de 4000 hectolitres coûterait 15,000 francs à construire ou 3^{fr} 75^c par hectolitre. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Recherches sur les nombres premiers: extrait d'une Lettre adressée à* M. Hermite *par* **M. A. de Polignac**. (Suite.)

(Commissaires précédemment nommés : MM. Liouville, Lamé, Hermite.)

« Si nous faisons la somme de (10) et (11), nous aurons

$$\log\psi(x)+\log\chi(x)=[\log\theta(x)+\log\nu(x)]+\log\mu'\left(x^{\frac{1}{2}}\right)+\left[\log\theta\left(x^{\frac{1}{3}}\right)+\log\nu(x)^{\frac{1}{3}}\right]+\log\mu'(x)^{\frac{1}{4}}+\ldots,$$

et comme $\log\theta(x)+\log\nu(x)=\log\mu'(x)$,

$$\log\psi(x)+\log\chi(x)=\log\mu'(x)+\log\mu'\left(\bar{x}^{\frac{1}{2}}\right)+\log\mu'\left(x^{\frac{1}{3}}\right)+\log\mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right)=\log\varphi'(x).$$

Ainsi nous connaissons la somme

(13) $$\log\psi(x) + \log\chi(x) = \log\varphi'(x).$$

» Si maintenant nous faisons la différence (9) — (12), nous trouverons que le premier nombre sera positif ou négatif, suivant que le nombre impair immédiatement inférieur à x sera de la forme $4n+1$ ou $4n+3$; nous verrons encore que cette différence est toujours comprise entre $+\log x$ et $-\log x$; en sorte que nous aurons

(14) $$+\log x > \log\psi(x) - \log\chi(x) + \log\chi\left(\frac{x}{3}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) - \log\chi\left(\frac{x}{5}\right) + \log\psi\left(\frac{x}{5}\right) + \ldots,$$

(15) $$-\log x < \log\psi(x) - \log\chi(x) + \log\chi\left(\frac{x}{3}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) + \log\psi\left(\frac{x}{5}\right) - \log\chi\left(\frac{x}{5}\right)\ldots.$$

Or, par la nature même des fonctions ψ et χ, nous savons que

$$\log\psi(x) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{5}\right) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{7}\right) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{9}\right)\ldots,$$

$$\log\chi(x) \geqq \log\chi\left(\frac{x}{3}\right) \geqq \log\chi\left(\frac{x}{5}\right) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{7}\right) \geqq \log\psi\left(\frac{x}{9}\right)\ldots.$$

L'inégalité (14) peut s'écrire

$$\begin{aligned} +\log x > \log\psi(x) - \log\chi(x) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) \\ + \left[\log\chi\left(\frac{x}{3}\right) - \log\chi\left(\frac{x}{5}\right) + \log\chi\left(\frac{x}{7}\right)\cdots\right] \\ + \left[\log\psi\left(\frac{x}{5}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{7}\right) + \log\psi\left(\frac{x}{9}\right)\cdots\right]. \end{aligned}$$

Or, par la nature même des fonctions ψ et χ, les quantités entre parenthèses sont positives; donc

(15) $$+\log x > \log\psi(x) - \log\chi(x) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right);$$

de même

(16) $$-\log x < \log\psi(x) - \log\chi(x) + \log\chi\left(\frac{x}{3}\right);$$

mais, en vertu de (13),

$$\log\psi(x) + \log\chi(x) = \log\varphi'(x),$$

et à cause de (7) et (8),

$$\log\psi(x) + \log\chi(x) > Ax - B\log x - 1,$$
$$\log\psi(x) + \log\chi(x) < \frac{6}{5}Ax + B'\log^2 x + C'\log x + D',$$

d'où

(17) $$\log\chi(x) > -\log\psi(x) + Ax - B\log x - 1,$$

(18) $$\log\chi(x) < -\log\psi(x) + \frac{6}{5}Ax + B'\log^2 x + C'\log x + D'.$$

Remplaçant dans (16) $\log\chi(x)$ par le second membre de l'inégalité (17) on aura à fortiori

$$-\log x < 2\log\psi(x) - Ax + B\log x + 1 + \log\chi\left(\frac{x}{3}\right),$$

et remplaçant $\log\chi\left(\frac{x}{3}\right)$ par le second membre de l'inégalité (18), nous aurons

$$-\log x < 2\log\psi(x) - \frac{3}{5}Ax + B'\log^2 x$$
$$+ [B - 2B'\log 3 + C']\log x + B'\log^2 3 - C'\log 3 + D' + 1,$$

ou, pour abréger,

(19) $$\log\psi(x) > \frac{3}{10}Ax - B''\log^2 x - C''\log x - D'';$$

Si maintenant, dans (15) nous remplaçons $\log\chi(x)$ par le second membre de (18), nous aurons

$$2\log\psi(x) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) < \frac{6}{5}Ax + B'\log^2 x + (C'+1)\log x + D',$$

ou à fortiori

$$2\log\psi(x) - 2\log\psi\left(\frac{x}{3}\right) < \frac{6}{5}Ax + B'\log^2 x + (C'+1)\log x + D',$$

d'où

(20) $$\log\psi(x) - \log\psi\left(\frac{x}{3}\right) < \frac{6}{10}Ax + \frac{B'}{2}\log^2 x + \frac{(C'+1)}{2}\log x + \frac{D'}{2};$$

mais, puisque x est quelconque, on a de même :

$$\log\psi\left(\frac{x}{3}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{3^2}\right) < \frac{6}{10}\mathrm{A}\frac{x}{3} + \frac{\mathrm{B}'}{2}\log^2 x + \left(\frac{\mathrm{C}'+1}{2}\right)\log x + \frac{\mathrm{D}'}{2},$$

$$\log\psi\left(\frac{x}{3^2}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{3^3}\right) < \frac{6}{10}\mathrm{A}\frac{x}{3^2} + \frac{\mathrm{B}'}{2}\log^2 x + \left(\frac{\mathrm{C}'+1}{2}\right)\log x + \frac{\mathrm{D}'}{2},$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\log\psi\left(\frac{x}{3^n}\right) - \log\psi\left(\frac{x}{3^{n+1}}\right) < \frac{6}{10}\mathrm{A}\frac{x}{3^n} + \frac{\mathrm{B}'}{2}\log^2 x + \left(\frac{\mathrm{C}'+1}{2}\right)\log x + \frac{\mathrm{D}'}{2}.$$

En faisant la somme de ces deux inégalités membre à membre, nous trouverons

(21) $$\left\{\begin{aligned}&\log\psi(x) - \log\psi\left(\frac{x}{3^{n+1}}\right) < \frac{6}{10}\mathrm{A}x\left(\frac{3-1}{2.3^n}\right)\\ &\qquad + \frac{n\mathrm{B}'}{2}\log^2 x + n\left(\frac{\mathrm{C}'+1}{2}\right)\log x + \frac{n\mathrm{D}'}{2}.\end{aligned}\right.$$

Or, si nous prenons n de façon à ce que

$$\frac{x}{3^n} > 5\ \frac{x}{3^{n+1}} < 5,$$

$\log\psi\left(\frac{x}{3^{n+1}}\right)$ sera nul et nous aurons

$$n < \frac{\log x - \log 5}{\log 3}, \quad n > \frac{\log x - \log 5}{\log 3} - 1;$$

l'inégalité (21) deviendra alors

(22) $$\log\psi(x) < \frac{9}{10}\mathrm{A}x + \mathrm{B}'''\log^3 x + \mathrm{C}'''\log^2 x + \mathrm{D}'''\log x + \mathrm{E}'''.$$

» D'ailleurs, les valeurs numériques de B‴, C‴, D‴, E‴ sont bien faciles à déterminer; je les omets pour simplifier.

» Nous sommes donc parvenus à déterminer deux expressions continues qui comprennent l'expression $\log\psi(x)$.

» Il nous sera maintenant facile de trouver deux expressions analogues comprenant $\log\theta(x)$, $\theta(x)$ désignant, comme on sait, le produit de tous les nombres premiers de la forme $4n+1$ jusqu'à x.

» En effet, en vertu de (10), on a

$$\log\psi(x) = \log\theta(x) + \log\mu'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \log\theta\left(x^{\frac{1}{3}}\right) + \log\mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right) + \ldots,$$

et en vertu de

$$\log \varphi'(x) = \log \mu'(x) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{3}}\right) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right) + \ldots$$

on a (x étant quelconque)

$$\log \varphi'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \log \mu'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{6}}\right) + \log \mu'\left(x^{\frac{1}{8}}\right) + \ldots,$$

donc

$$\log \psi(x) - \log \varphi'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \log \theta(x) + \log \theta\left(x^{\frac{1}{3}}\right) + \log \theta\left(x^{\frac{1}{5}}\right) + \ldots,$$

d'où

$$(23) \qquad \log \theta(x) < \log \psi(x) - \log \varphi'\left(x^{\frac{1}{2}}\right);$$

on trouverait aussi

$$\log \psi(x) - 2 \log \varphi'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \log \theta(x) - \left\{ \begin{array}{c} \left[\log \mu'(x)^{\frac{1}{2}} - \log \theta\left(x^{\frac{1}{3}}\right)\right] \\ + \left[\log \mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right) - \log \theta\left(x^{\frac{1}{5}}\right)\right] + \ldots \end{array} \right\}$$

Or la quantité entre parenthèses est essentiellement positive, car

$$\log \mu'\left(x^{\frac{1}{2}}\right) > \log \theta\left(x^{\frac{1}{3}}\right); \quad \log \mu'\left(x^{\frac{1}{4}}\right) > \log \theta\left(x^{\frac{1}{5}}\right) \ldots;$$

donc

$$(24) \qquad \log \theta(x) > \log \psi(x) - 2 \log \varphi'\left(x^{\frac{1}{2}}\right),$$

d'où

$$(25) \qquad \log \theta(x) < \frac{9}{10} A x + B''' \log^3 x + C''' \log^2 x + D''' \log x + E''' - A\sqrt{x} + B \log \sqrt{x} + 1 = t(x),$$

et

$$(26) \qquad \log \theta(x) > \frac{3}{10} A x - B'' \log^2 x - C'' \log x - D'' 2 - \left(\frac{6}{5} A \sqrt{x} + B' \log^2 \sqrt{x} + C' \log \sqrt{x} + D'\right) = t'(x).$$

» Maintenant, au moyen des inégalités (25) et (26), nous pouvons faire voir qu'à partir d'un certain nombre facile à déterminer,

$$\log \theta(4x) - \log \theta(x) > 0,$$

et qu'on n'aura jamais $\log \theta(4x) - \log(x) = 0$ (pour $x > 2$); il s'ensuit qu'il y a au moins un nombre premier de la forme $4n + 1$ compris entre $4x$ et x.

» En effet,

$$(27)\qquad \log\theta(4x) - \log\theta(x) > t'(4x) - t(x),$$

et

$$t'(4x) - t(x) = \frac{3}{10}\mathrm{A}x - \frac{19}{5}\mathrm{A}\sqrt{x} + b'\log^3 x$$
$$+ c\log^2 x + d\log x + e\log^2\sqrt{x} + f\log\sqrt{x} + g,$$

b, c, d, e, f, g sont des valeurs numériques qu'on détermine immédiatement et qui sont positives ou négatives; A est essentiellement positif. Posons $t'(4x) - t(x) = \mathrm{U}(x)$. Si nous désignons par x' un nombre positif immédiatement supérieur à la plus grande racine de $\mathrm{U}(x) = 0$, nous aurons $\mathrm{U}(x') > 0$, et pour toute valeur $x'' > x'$, on aura toujours $\mathrm{U}''(x) > 0$. Donc, à partir de x', il y aura toujours entre x et $4x$ un nombre premier de la forme $4n+1$; en remplaçant dans $\mathrm{U}(x)$ les coefficients par leurs valeurs numériques, on trouve que 1000 est supérieur à la plus grande racine de $\mathrm{U}(x) = 0$; le théorème est donc démontré à partir de $x = 1000$; jusque-là on le vérifie directement au moyen des tables.

» Des raisonnements semblables et des calculs presque identiques serviraient à faire voir que $\log\nu(4x) - \log\nu(x) > 0$, ce qui prouve qu'entre $4x$ et x il y a toujours un nombre premier de la forme $4n+3$. »

GÉOMÉTRIE. — *Des propriétés communes à un système de deux lignes de courbure d'une même surface du second ordre et à un système de deux lignes droites situées dans un même plan; par* **M. Aoust.**

(Commissaires précédemment nommés : MM. Liouville, Lamé, Bertrand.)

« *Théorème.* 1°. Si, dans un système de deux droites qui se rencontrent on décrit une série de surfaces planes ou sphériques telles, que chacune d'elles les coupe en des points symétriques par rapport à l'axe (bissectrice de l'angle des deux droites), on pourra décrire, dans un système de deux lignes de courbure quelconques d'une surface quelconque du second ordre, symétriques par rapport à l'axe, une seconde série de surfaces planes ou sphériques correspondantes, qui les couperont en des points symétriques par rapport à l'axe, et qui seront déterminées lorsque les surfaces de la première série seront déterminées.

» 2°. Si, d'un point quelconque des deux droites, on mène des perpendiculaires l, l' l'',..., aux surfaces planes, et des tangentes t, t', t'',..., aux

surfaces sphériques de la première série, s'il existe une propriété métrique entre ces tangentes et ces perpendiculaires, la même propriété existera entre les perpendiculaires $\lambda, \lambda', \lambda'',\ldots$, et les tangentes $\tau, \tau', \tau'',\ldots$, menées d'un point quelconque du système de deux lignes de courbure aux surfaces planes et aux surfaces sphériques de la deuxième série.

» 3°. Si l'on prend dans le système des deux droites la série des points pour lesquels les tangentes $t, t', t'',\ldots$, sont respectivement égales à $\tau, \tau', \tau'',\ldots$, les perpendiculaires du second système seront dans un rapport constant avec les perpendiculaires correspondantes $l, l', l'',\ldots$ du premier.

» *Démonstration.* Soit $f(l, l', l'',\ldots, t, t', t'',\ldots,) = 0$ la relation métrique du premier système; si l'on fait tourner le système des deux droites autour de leur axe, elles engendreront une surface conique pour chaque point de laquelle la relation $f = 0$ aura lieu.

» Si nous menons un plan quelconque, ce plan coupera le cône, les plans et les sphères du premier système suivant une conique, suivant des droites et des cercles déterminés de grandeur et de position. Ces droites et ces cercles couperont la conique réellement ou imaginairement en des points symétriques par rapport à son axe; or, il est visible que, la conique étant située sur la surface du cône, chaque point de la conique jouira de la propriété $f(t, t', t'',\ldots, l, l' l'',\ldots) = 0$.

» Appelons $\tau, \tau', \tau'',\ldots$ les tangentes menées d'un point quelconque de la section conique aux cercles d'intersection, et $\lambda, \lambda', \lambda'',\ldots$ les perpendiculaires abaissées du même point aux lignes d'intersection; on aura aussi, pour chaque point de la conique, la relation

$$f(\tau, \tau', \tau'',\ldots, l, l', l'',\ldots) = 0;$$

et comme $\lambda, \lambda', \lambda'',\ldots$ sont dans un rapport constant a avec $l, l', l'',\ldots$, on aura pour chaque point de la conique

$$f(\tau, \tau', \tau'',\ldots, a\lambda, a\lambda', a\lambda'',\ldots) = 0.$$

» Maintenant faisons tourner le plan de la conique autour de son axe. La conique engendrera une surface de révolution du second ordre, les droites engendreront des plans perpendiculaires à l'axe de la surface, et les cercles, des sphères dont les centres seront situés sur le même axe. Or il a été démontré (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XLVIII, p. 886) qu'une surface de révolution du second ordre passe par toute ligne de courbure tracée sur une surface du second ordre, et qu'elle passe aussi par la

ligne de courbure placée sur la même surface symétriquement par rapport à l'axe. Il résulte de là que les surfaces planes et les surfaces sphériques de cette seconde série seront déterminées, qu'elles couperont réellement ou imaginairement le système des deux lignes symétriques de courbure en des points symétriques par rapport à l'axe, et que chaque point de ce système de lignes jouira de la propriété

$$f(\tau, \tau', \tau'', \ldots, a\lambda, a\lambda', a\lambda'', \ldots) = 0. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

» *Corollaires.* 1°. Lorsque les sphères de la première série sont tangentes aux deux lignes droites, les sphères de la seconde sont tangentes réellement ou imaginairement aux deux lignes de courbure.

» 2°. Lorsque les sphères de la seconde série se réduisent à des points, les tangentes à ces sphères se changent en rayons vecteurs issus de ces points.

» 3°. Si la relation $f = 0$ ne contient que deux variables, elle définit, conjointement avec la surface du second ordre, le système des deux lignes de courbure.

» *Applications.* Le théorème que nous venons de démontrer conduit avec une grande facilité à plusieurs propriétés remarquables des lignes de courbure des surfaces du second ordre. Je me contente d'énoncer les suivantes :

» 1°. Si deux lignes de courbure d'une surface du second ordre sont symétriques par rapport à un axe, et que, d'un point quelconque de cet axe comme centre, on décrive une sphère sécante, elle coupera les deux lignes de courbure en des points symétriques par rapport à l'axe; les deux plans passant chacun par quatre points d'intersection symétriques deux à deux par rapport à l'axe seront perpendiculaires à cet axe; le carré de la tangente menée d'un point quelconque de ces deux lignes de courbure à la sphère sera dans un rapport constant avec le rectangle des perpendiculaires abaissées de ce point sur les deux plans, de sorte que l'on aura

$$\tau^2 = a^2\lambda\lambda'.$$

» 2°. Si dans l'énoncé précédent on construit une sphère sur la portion de l'axe comprise entre les deux plans fixes, tangente à ces deux plans, toute tangente ϖ à cette sphère menée de la projection d'un point quelconque des deux lignes de courbure sur l'axe sera dans un rapport constant avec la tangente τ menée du même point à la sphère sécante, de sorte que l'on aura

$$\tau = a\varpi.$$

» 3°. Si l'on mène deux sphères quelconques touchant réellement ou imaginairement deux lignes de courbure d'une surface du second ordre symétriques, en des points symétriques par rapport à l'axe, la somme ou la différence des tangentes à ces deux sphères, menées d'un point quelconque des deux lignes de courbure, sera constante suivant que ce point sera situé ou non entre les deux sphères :

$$\tau \pm \tau' = a.$$

» 4°. Si l'on décrit deux sphères concentriques coupant réellement ou imaginairement deux lignes de courbure symétriques en des points symétriques par rapport à l'axe, la somme ou la différence des puissances d'un point des lignes de courbure par rapport à ces deux sphères sera constante, suivant que le point sera situé ou non dans la couche sphérique (la puissance d'un point par rapport à une sphère est le carré de la tangente ou de la demi-corde minimum menée par ce point à la sphère

$$\tau^2 \pm \tau'^2 = a^2.$$

» 5°. Si dans l'énoncé précédent on suppose les deux sphères non concentriques telles, que les quatre plans perpendiculaires à l'axe, passant chacun par quatre points d'intersection des deux sphères avec les lignes de courbure, interceptent deux à deux sur l'axe des longueurs égales, on aura, *b* désignant aussi une constante,

$$[a^2 + (\tau + \tau')^2]\,[a^2 + \tau - \tau')^2] = b^2.$$

» Il résulte de ce que nous venons de dire que les propriétés précédentes n'appartiennent, soit aux lignes de courbure des surfaces du second ordre, soit aux sections coniques, que parce qu'elles appartiennent à un système de deux droites. »

TOPOGRAPHIE. — *Mémoire sur l'emploi de la photographie dans la levée des plans; par* **M. A. Laussedat.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Laugier, Daussy.)

« Les vues isolées d'un monument ou d'un site naturel dessinées avec soin et accompagnées des effets de la perspective aérienne, produisent sur le spectateur une impression telle, qu'il peut se croire transporté en face des objets représentés et se rendre compte jusqu'à un certain point de leurs

dimensions et de leur éloignement. On sait combien cette illusion s'accroît dans le stéréoscope, où les deux images que l'on regarde à la fois ont été prises de deux points de vue différents très-voisins l'un de l'autre.

» Cette expérience, devenue familière et qui donne si bien la sensation et l'idée du relief, m'aidera peut-être à faire comprendre à tout le monde comment les distances et les dimensions véritables des objets qui composent le paysage peuvent être non-seulement estimées d'une manière vague, mais déterminées avec exactitude, lorsqu'on a plusieurs vues de ce même paysage prises de points différents. Seulement, la géométrie enseigne que plus les objets dont on veut mesurer les distances sont éloignés, plus les différents points de vue d'où on les observe successivement doivent être distincts les uns des autres.

» Le procédé dont les topographes font ordinairement usage, et qui est connu sous le nom de *méthode des intersections*, n'est pas autre chose, au fond, que la construction du plan opérée sur place à l'aide des perspectives naturelles. Il est donc évident que les vues panoramiques du terrain dessinées dans des conditions d'exactitude suffisantes, doivent pouvoir être substituées au terrain lui-même. Il ne reste plus dès lors qu'à chercher les moyens d'exécuter ces vues et de les combiner de manière à en déduire, par des constructions graphiques convenables, la projection horizontale et le nivellement des points les plus remarquables de la surface du sol.

» Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, je rappelle que la première méthode employée dans ce but est due à l'illustre Beautemps-Beaupré; j'indique ensuite une simplification introduite par le colonel du génie Leblanc, et je fais en quelques mots l'analyse d'un Mémoire qui a reçu l'approbation du Comité des Fortifications, et qui a paru dans le n° 16 du *Mémorial de l'officier du génie*. Ce Mémoire, dont je suis l'auteur, était relatif à l'emploi de la chambre claire de Wollaston modifiée dans les reconnaissances militaires.

» Les expériences que j'avais faites antérieurement à la publication de ce Mémoire, en présence du Rapporteur du Comité des Fortifications et de plusieurs de mes camarades, ne laissaient aucun doute sur le degré d'exactitude auquel on pouvait parvenir par ce moyen et qui dépasse assurément celui que l'on atteint par les procédés expéditifs ordinaires; mais j'ai eu depuis de nombreuses occasions de m'en assurer, et je cite dans le présent Mémoire un fait qui suffira, je pense, pour établir l'utilité de mes essais et leur valeur pratique.

» A l'époque où je choisis la chambre claire, j'avais naturellement songé

à recourir à la photographie, mais pendant longtemps les procédés et les manipulations en usage me semblèrent peu en harmonie avec les conditions dans lesquelles je supposais qu'il fallût opérer. Actuellement, les difficultés qui m'avaient arrêté n'existent plus au même degré, et elles tendent de jour en jour à s'aplanir. C'est ce qui m'engage à indiquer la voie que je crois la plus simple et la meilleure pour donner aux vues photographiques le caractère géométrique sans lequel elles perdent une grande partie de leur intérêt en topographie.

» Les moyens que je propose dans ce second Mémoire, et que je me suis efforcé de rendre abordables, particulièrement aux officiers en campagne, sont à la portée de tous les photographes un peu instruits et me semblent devoir être recommandée aux ingénieurs, aux géologues, aux architectes et généralement à tous les voyageurs qui poursuivent un but scientifique et qui peuvent se munir d'un appareil photographique. »

PHYSIQUE. — *Note sur la modification de la pile de Bunsen; par* **M. Thomas.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaire, M. Despretz.)

« On préfère généralement la pile de Bunsen à toutes les autres piles pour les expériences qui réclament de puissants électro-moteurs.

» Un des plus graves inconvénients qu'on reproche à cette pile, c'est qu'elle laisse dégager des vapeurs nitreuses assez abondantes, pour que, dans beaucoup de circonstances, on doive renoncer à s'en servir. On reproche encore à la pile de Bunsen de ne pas donner un courant constant.

» Le dégagement des vapeurs nitreuses est l'une des causes principales de l'inconstance du courant. En effet, ces vapeurs attaquent assez vivement les lames de cuivre qui servent d'électrodes et déterminent des combinaisons chimiques, qui se forment avec production de nouveaux courants électriques, qui sont non sans influence sur le courant principal.

» Le dégagement des vapeurs nitreuses et la malpropreté sont, d'après les renseignements que nous avons pu recueillir, la principale cause qui ait provoqué la suppression de la pile de Bunsen dans bien des circonstances.

» Notre pile se compose d'un couple de Bunsen ordinaire, seulement les gaz qui se dégagent sont conduits dans un vase poreux, où ils sont décomposés. Cette décomposition produit un courant électrique et, par la disposition de notre appareil, on a un second couple qui fonctionne comme le premier. Notre pile présente donc les avantages suivants : il n'y a plus de

vapeurs nitreuses; le courant est plus constant; et, par sa construction même, elle est à l'abri de la malpropreté et peut fonctionner en tout lieu. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Constitution des halos observés à la Havane, et de leur rapport avec les phases de la lune; Lettre de* **M. Andres Poey**.

(Commissaires, MM. Faye, Delaunay.)

« Depuis la lunaison de janvier jusqu'à celle de septembre inclusivement, j'ai constamment distingué trois apparences très-tranchées de halos, tant par leur grandeur que par leur coloration, qui paraissent être intimement liées à la hauteur et à la constitution des nuages ou des vapeurs d'eau répandues dans l'atmosphère. Voici leurs caractères et leurs colorations respectives.

» *Petits halos.* — Ces petits halos sont produits par la plus grande élévation des vapeurs tellement dissoutes, élastiques et si uniformément distribuées, qu'elles n'altèrent point sensiblement la transparence de l'air. Ce sont les premiers à se constituer seuls ou accompagnés de deux autres ordres de halos, suivant le degré de densité des vapeurs et des *cirrus* qui entourent la lune; de sorte que leur absence est une marque certaine du maximum de diaphanéité de l'air. Leur unique coloration en *brun* ou en *roux*, clair ou foncé, ainsi que leur grandeur, sont encore intimement liées soit à la densité des vapeurs d'eau, soit à leur élévation. Leurs dimensions peuvent varier depuis les rebords mêmes du disque lunaire jusqu'à 2 degrés du rayon. On les aperçoit dans toutes les lunaisons. Leur formation est le produit des vapeurs d'eau dissoutes.

» *Halos moyens.* — Ces halos peuvent s'engendrer soit par une moins grande élévation ou par une élasticité plus imparfaite des vapeurs d'eau, soit encore sur des couches de *cirro-cumulus* bien plus basses. Dans le premier cas ils seront simples, incomplets et imparfaitement colorés, tandis que sur des *cirro-cumulus* ils peuvent être simples, doubles et même triples. Voici la disposition des anneaux colorés dans un de ces halos triples à partir de l'interne au contact du disque lunaire : première rangée d'anneaux *jaunâtre, orangé, rouge* et *violet;* premier large espace, *bleu* et *vert* qui sépare de la deuxième rangée d'anneaux *jaunâtre, orangé, rouge* et *violet;* deuxième large espace *bleu* et *vert* qui sépare la seconde rangée de la troisième *jaunâtre, orangé, rouge* et *violet*. La disposition suivante de huit anneaux dans le double halo est assez commune : *jaunâtre, orangé, rouge, bleu, vert, jaunâtre, orangé, rouge*. Le halo triple ou de seize anneaux est tellement

rare, que je l'ai observé uniquement le 12 septembre dernier de 10^h15^m à 10^h30^m sans perdre aucune nuance, et encore les trois anneaux violets manquaient, de sorte qu'en réalité il n'y en avait que treize. Les anneaux *violets* sont tout aussi rares, puisque je ne les ai aperçus que deux fois, la première le 16 août à 9 heures et à la campagne dans un halo double ou de dix anneaux, y compris ces derniers; la seconde fois le 16 juin à minuit, dans un halo disposé ainsi : bande interne *blanchâtre*, puis *jaunâtre, orangé, violet, bleu, vert* et *orangé*. C'est l'unique fois que j'ai observé la bande *blanche* interne. L'absence des anneaux *violets* dans le halo triple et leur présence dans le halo double me semblent être une observation digne de remarque. Leurs dimensions peuvent varier de 2 à 4 degrés de rayon. Ces halos moyens à simple série d'anneaux sont visibles dans toutes les lunaisons sur des couches de vapeur d'eau plus ou moins denses.

» *Grands halos.* — Ces halos s'engendrent uniquement sur une couche de *cirrus* très-uniforme, à texture très-serrée et passablement dense, quoique parfois on puisse apercevoir par transparence vers les parties internes des étoiles de troisième grandeur. Le fond du halo est soit d'une blancheur mate ou de lait, soit blanc de perle ou luisant, soit d'une teinte bleuâtre claire et uniforme, indiquant dans ce cas une moins grande densité des cirrus qui laisseraient passer une certaine quantité de rayons bleus de ciel. Les contours du halo sont toujours d'une plus grande blancheur, soit mate, soit luisante, que les parties internes, mais jamais colorés. Leur dimension est constamment de 22 degrés de rayon. On les voit dans toutes les lunaisons.

» Maintenant je dois remarquer : 1° que ces trois sortes de halos sont visibles à la fois dans chaque lunaison et les deux premiers le sont aussi lorsque le troisième manque; 2° qu'ils apparaissent également dans l'ordre de leur grandeur, le plus petit le premier, puis le moyen et ensuite le plus grand; 3° que cet ordre correspond aussi au degré de transparence de l'air, puisque les deux premiers peuvent se constituer dans des vapeurs d'eau ou le second dans des *cirro-cumulus* qui sont moins denses que la couche des *cirrus* qui engendrent les grands halos.

» Quant aux rapports qui peuvent exister entre la formation de ces halos et les phases de la lune, voici le résultat de mes observations : 1° dans toutes les lunaisons, depuis janvier jusqu'à septembre inclusivement, les grands halos ont toujours apparu dans l'intervalle compris entre le second et le cinquième jour de son premier quartier, mais surtout du troisième au quatrième; 2° uniquement le 9 et le 11 septembre, je les ai observés le septième et le

neuvième jour, ce qui doit être attribué en partie à la grande épaisseur et compacité de la couche de *cirrus;* 3° vers le dernier quartier, je ne les ai remarqués que dans deux lunaisons, celle d'août le 16 à $10^h 30^m$ et le 21 à 2 heures de la matinée, et celle de septembre le 15 à $11^h 45^m$ et le 16 à $11^h 30^m$. Cependant jusqu'alors je n'avais point pensé à les observer dans le dernier quartier de la lune. Or il est probable que ces grands halos s'engendrent également dans les deux quadratures. Mais ce qui doit fixer notre attention pour le moment, c'est que ces halos ne prennent pas naissance à la *pleine lune*, ni aux environs de cette phase. Ce fait paraît se lier à l'idée de la dispersion des nuages par l'action du rayonnement calorifique de la lune admise par sir John Herschel, de Humboldt et autres.

» Dans cette hypothèse, la dispersion des nuages par la pleine lune annulerait la formation des halos sous cette phase. La présence du halo que j'ai signalé plus haut au neuvième jour du premier quartier et lorsque ce luminaire était presque dans son plein, ne serait qu'une pure exception à la règle, car je dois remarquer que durant toute la journée, pendant la nuit et les jours suivants, le ciel a été constamment couvert jusqu'au point d'occulter le soleil. Du reste, c'est avec la plus grande réserve que j'ose insinuer une simple application d'un fait admis premièrement par MM. Herschel et de Humboldt, confirmé ensuite par MM. Johnson d'Oxford et Nasmyth, et par MM. J.-P. Harrisson et Whewell dans la réunion de 1858 de l'Associaoti n britannique pour l'avancement des sciences. »

ASTRONOMIE. — *Mémoire sur l'atmosphère des comètes; par* **M. E. Roche.**

(Commissaires précédemment nommés : MM. Biot, Le Verrier, Delaunay, Bertrand.)

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Influence du mouvement de rotation de la terre sur les fleuves; par* **M. Touche.**

(Commissaires, MM. Babinet, Delaunay, Bertrand.)

M. Avenier de la Grée adresse un supplément à son Mémoire sur une nouvelle machine à gaz chauds et à vapeur d'eau.

(Commissaires précédemment nommés : MM. Poncelet, Regnault, Combes.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance, un numéro du journal publié à Auckland (Nouvelle-Zélande), dans lequel se trouve un Mémoire sur la géologie de la province d'Auckland, par *M. Hochstetter*, l'un des Membres de la Commission scientifique du voyage de circumnavigation de la frégate autrichienne *la Novara*.

M. Ch. Sainte-Claire Deville est invité à prendre connaissance de ce Mémoire, qui semble présenter de l'intérêt pour la géologie, et à en faire l'objet d'un Rapport verbal.

MINÉRALOGIE. — *De la classification des métaux d'après Haüy; par* M. Marcel de Serres.

« Pour faire apprécier le mode de classification des métaux adopté par Haüy, nous mettrons en parallèle les deux groupes principaux qu'il a établis pour diviser les substances métalliques.

» L'illustre créateur de la cristallographie a classé ces substances en deux ordres particuliers : les hétéropsides et les autopsides; ceux-ci brillent d'eux-mêmes de l'éclat métallique, tandis qu'il n'en est pas ainsi des premiers.

» Voyons si les différences minéralogiques et chimiques de ces deux ordres de métaux confirmeront ou non l'exactitude de cette division.

PREMIÈRE CLASSE. Ire ET IIe SECTION DE THENARD. Métaux hétéropsides ne présentant jamais dans la nature l'éclat métallique; alcalins et terreux.	Haüy a sous-divisé les métaux en : 1°. Alcalins : Potassium, sodium, lithium. 2°. Alcalino-terreux : Barium, strontium, calcium. 3°. Terreux : Aluminium, magnésium, glucinium, zirconium, ytrium, erbium, terbium, thorium, lanthane, didyme (1).
SECONDE CLASSE. 3e 4e 5e et 6e SECTION DE THENARD. Métaux autopsides jouissant par eux-mêmes de l'éclat métallique, ou métaux proprement dits.	4°. Métaux ordinaires ou communs : Fer, nickel, cobalt, manganèse, chrome, zinc, cadmium, étain, titane, antimoine, bismuth, plomb, cuivre, uranium, molybdène, vanadium, tungstène, tantale. 5°. Métaux nobles : Mercure, argent, or, platine, osmium, iridium, rhodium, palladium, ruthénium.

(1) Si nous avons indiqué dans ce tableau des métaux qu'Haüy n'a jamais connus, c'est afin de faire mieux saisir l'application de sa méthode.

PARALLÈLE ENTRE LES DEUX CLASSES DE MÉTAUX.

Parallèle entre leurs propriétés physiques.

Métaux hétéropsides.

1°. Métaux éminemment électro-positifs, fonctionnant plutôt comme bases que comme acides.

2°. Moins nombreux que les métaux autopsides, peut être en raison de leurs propriétés électriques, et cela dans le rapport de 16 à 32.

3°. Ne se présentent pas dans la nature à l'état natif ou de pureté, en raison de leur affinité pour l'oxygène.

4°. Peu ou faiblement conducteurs de la chaleur et de l'électricité.

5°. Généralement non ductiles ou peu ductiles, et en général peu tenaces, à l'exception de l'aluminium dont la ténacité est comparable à celle du fer.

6°. Leurs combinaisons binaires naturelles, surtout les combinaisons acides ou acidifiables, fournissent les pierres les plus dures et les plus précieuses après le diamant : corindon, rubis, émeraude, topaze, quartz, dérivés principalement de la silice, de l'alumine et de la glucyne.

7°. D'une densité assez faible en général, et pour quelques-uns inférieure à celle de l'eau : tels sont le potassium et le sodium.

8°. Non employés dans les arts, sauf l'aluminium, à cause de leur altérabilité et de la difficulté de leur extraction.

9°. Ne présentent pas de propriétés magnétiques ou diamagnétiques. Cette absence est d'autant plus remarquable, que l'on rencontre des corps diamagnétiques parmi les métalloïdes : tel est le phosphore.

10°. Certains métaux hétéropsides sont facilement volatils.

11°. Fusibles à une assez basse température : le potassium et le sodium fondent même au-dessous de 100 degrés.

Métaux autopsides.

1°. Métaux jouissant des propriétés électro-négatives, par rapport aux métaux hétéropsides, fonctionnant plutôt comme acides que comme bases.

2°. Plus nombreux que les métaux hétéropsides, peut-être en raison de leurs propriétés électriques plus énergiques, juste le double :: 32 : 16.

3°. Plusieurs se rencontrent dans la nature à l'état natif; environ le tiers de la totalité (l'argent, le platine, l'or, le cuivre, l'iridium, le fer, etc.).

4°. Bons conducteurs de la chaleur et de l'électricité.

5°. Plus ductiles, plus malléables que les métaux hétéropsides, et en même temps plus durs; d'une ténacité plus considérable : tel est le fer, le plus tenace des corps de la nature.

6°. Leurs combinaisons binaires ne donnent en général que des matières de peu de dureté (oxydes métalliques, sulfures, chlorures, etc.), ne donnent pas des composés binaires très-recherchés, quoique les métaux autopsides soient les plus précieux et ceux qui ont le plus de valeur.

7°. D'une densité assez considérable, présentant même les métaux les plus pesants, tels que l'or, le platine, l'iridium.

8°. Métaux les plus usuels (fer, argent, or, cuivre, plomb, étain, etc.).

9°. Plusieurs d'entre eux jouissent des propriétés magnétiques (fer, cobalt, nickel); certains possèdent des propriétés diamagnétiques (bismuth, antimoine, étain, argent, mercure, cuivre, zinc, etc.).

10°. Métaux autopsides généralement fixes, sauf le mercure et le cadmium.

11°. A l'exception du mercure, qui est liquide, les métaux autopsides ne sont fusibles qu'à des températures très-élevées, du moins dans le plus grand nombre des cas.

12°. Couleurs généralement blanches, mais facilement altérables.

Inodores.

12°. Couleurs généralement blanches, plus ou moins nuancées de gris : fer, platine; de jaune : étain; de rose : bismuth; de bleu : plomb; couleur rouge : cuivre; couleur d'un beau jaune : or; souvent odorante.

13°. N'ont pas été trouvés jusques à présent cristallisés. Le potassium et le sodium peuvent cependant, par un grand abaissement de température, présenter des rudiments de cristallisation. Quant aux métaux de la seconde section, tels que le barium, le strontium, le calcium, ils sont encore trop peu connus à l'état de pureté pour que l'on puisse rien prononcer par rapport à eux.

13°. Plusieurs ont été trouvés cristallisés dans la nature : l'or, l'argent, etc. La plupart peuvent cristalliser par fusion (bismuth). L'or, l'argent, le cuivre se présentent parfois cristallisés naturellement. Plusieurs cristallisent par voie de précipitation (plomb, argent).

Parallèle des métaux d'après les propriétés chimiques.

1°. Leurs composés binaires jouent presque constamment le rôle de bases; ils ne donnent pas d'acides proprement dits.

L'alumine et la glucyne seules peuvent en faire fonction dans quelques cas; toutefois les glucynates n'ont pas été observés dans la nature.

1°. Leurs composés binaires sont acides par rapport à ceux des métaux hétéropsides ($R^2 Cl^2$; $K Cl$; $Au^2 Cl^5$; $Na Cl$). Deux de ces sels ne se trouvent pas dans la nature : tels sont les chlorure d'or et de platine.

Ils donnent souvent des acides même à l'état natif (acide antimonieux, antimonique, molybdique, tungstique, titanique).

2°. La forme des composés binaires des métaux hétéropsides, du reste peu nombreux, est le plus souvent RO; dans ce cas leur fonction est fortement basique.

Rarement elle est de RO^2 et RO^3, mais sans fonction. Quelquefois elle est de R^2O^3, et alors ils peuvent faire fonction de bases ou d'acides (Al^2O^3; Gl^2O^3).

Parmi les formes RO et RO^3 une seule existe dans la nature, c'est celle des aluminates; les glucynates n'y ont pas encore été rencontrés.

2°. Leurs composés binaires sont souvent nombreux pour chaque métal.

La formule RO est celle des oxydes puissants.

Le plus ordinairement R^2O^3 est celle des oxydes moins puissants (peroxyde de fer, de chrome).

La formule R^3O^4 est celle des oxydes salins.

La forme R^3O et RO^2 caractérise le peroxyde de manganèse et l'acide ferrique. Enfin quelquefois la forme R^2O est particulière aux oxydules métalliques. L'oxydule de mercure en est un exemple.

3°. Ne fournissent pas de matières colorantes, si ce n'est le sodium que l'on suppose donner au *Lapis lazuli* sa belle couleur bleue.

Leurs combinaisons binaires ou salines sont toujours colorées par les métaux autopsides : tels sont le rubis, l'émeraude, la topaze, l'améthyste, et l'on peut même ajouter le corindon.

3°. Fournissent un grand nombre de matières colorantes : entre autres le fer : rouge; ocre : jaune; le manganèse : violet bleuâtre, couleur de chair; chrome : rouge tendant vers le noir, vert, jaune, noir; cobalt, nickel : vert, rose; cadmium : jaune; mercure : rouge vermillon; plomb : blanc, jaune et rouge; cuivre: bleu et vert; argent, étain, zinc: blanc et jaune; or : pourpre.

4°. Ne donnent pas avec le métaux autopsides des alliages stables, du moins dans la nature.

5°. Se combinent directement à l'oxygène ou aux autres métalloïdes, soit à froid, soit à une température relativement basse. Leurs oxydes sont toujours difficilement réductibles. Décomposent directement l'eau à chaud et même à froid.

6°. Les principales combinaisons ont lieu pour les métaux hétéropsides alcalins, avec le chlore, le brome, le fluor, l'iode (chlorure de sodium, bromure de potassium, fluorure de calcium, iodure de magnésium). Quant aux autres combinaisons qui ont lieu avec des acides, elles forment avec eux des sels insolubles. (Acides carbonique, sulfurique, silicique; carbonates de chaux, de baryte, de magnésie, de strontiane; sulfates de chaux, de baryte, de strontiane et de magnésie, etc.)

7°. Ne se combinent jamais dans la nature avec le soufre; ne forment pas de sulfures, quoiqu'ils se rencontrent souvent à l'état de sulfates.

8°. Forment peu de combinaisons naturelles entre eux, mais un assez grand nombre avec les métaux autopsides et les métalloïdes.

Certaines combinaisons des métaux hétéropsides jouissent à un assez haut degré d'une plus grande dureté que les métaux autopsides.

9°. Les combinaisons que les métaux hétéropsides forment avec les acides, sont abondantes et ont une grande importance dans la nature. Les composés qui en résultent sont à peu près tous des sels insolubles. Tels sont les silicates, qui sont si nombreux, ainsi que

4°. Donnent entre eux des alliages stables; jouissent de propriétés remarquables, comme une grande dureté des formes cristallines, un certain degré de fusibilité, et plusieurs un brillant métallique très-éclatant.

5°. Ne se combinent avec l'oxygène qu'à une haute température. La plupart de leurs oxydes sont facilement réduits par les agents réducteurs. Réduction du fer par le carbone.

Quelques-uns de leurs oxydes, principalement les métaux nobles, ne décomposent pas l'eau directement à l'aide de la chaleur.

6°. Leurs combinaisons salines sont plus nombreuses (silicates de fer, de manganèse, de zinc, de cuivre; carbonates de cuivre, de fer, de manganèse, de zinc; sulfates de plomb, de cuivre, de fer, d'urane; phosphates de plomb, de fer, d'urane).

7°. Souvent combinés dans la nature avec le soufre; forment des sulfures à différents degrés de sulfuration, en général des monosulfures. Les bisulfures et les sesquisulfures naturels jouissent le plus souvent des propriétés acides, tels sont le réalgar, l'orpiment et le sesquisulfure de bismuth. Les quadrisulfures et les pentasulfures n'ont pas encore été trouvés dans la nature.

8°. Les combinaisons des métaux autopsides avec les métalloïdes de la seconde section de M. Dumas (chlore, brome, iode, fluor) sont rares dans la nature, quoique l'on y rencontre le chlorure d'argent, le bromure de zinc, le fluorure de cerium, et les iodures d'argent, de zinc et de mercure.

9°. Les combinaisons salines de ces métaux sont les plus nombreuses; elles ont lieu en général avec des acides capables de donner des sels précipitables (acides silicique, carbonique, sulfurique, phosphorique), lesquels forment des silicates, des carbonates,

les carbonates de chaux, de baryte, les sulfates des mêmes bases et en outre celui de strontiane.

10°. Ne forment pas avec les métaux de véritables amalgames, étant tous solides.

des sulfates, des phosphates de fer, de plomb, de zinc et d'urane.

10°. Forment seuls des amalgames en se combinant avec les autres corps métalliques, l'un d'entre eux, le mercure, étant liquide.

» Ce parallèle suffit, ce semble, pour prouver que la division des métaux en hétéropsides et en autopsides est fondée et qu'elle devrait être conservée, du moins en minéralogie.

MATHÉMATIQUES — *Note sur les courbes et surfaces dérivées; par* M. **William Roberts**.

« Il y a assez longtemps déjà depuis que j'ai considéré dans le *Journal de Mathématiques* le système des courbes qu'on obtient en prenant le lieu des projections orthogonales d'un point fixe sur les tangentes à une courbe donnée, puis en dérivant de ce lieu une autre courbe par la même construction, et en poursuivant la même méthode de génération. J'ai appelé ces courbes successives les dérivées *positives* de la courbe primitive, tandis que j'ai désigné comme *négatives* les courbes qui s'obtiennent en prenant l'enveloppe des perpendiculaires menées aux extrémités des rayons vecteurs de la primitive, et en faisant dériver de cette courbe une autre, et ainsi de suite, par la même voie de génération. Dans un Mémoire publié récemment par M. J.-A. Hirst, et dont il a présenté un exemplaire à l'Académie (*), ce géomètre m'a fait l'honneur de reprendre le fil de mes anciennes recherches, afin de les étendre au cas des surfaces. Le travail de M. Hirst ayant ramené mon attention sur ce sujet, je suis parvenu à donner une extension intéressante à la théorie dont il s'agit.

» L'équation polaire de la primitive étant $f(r, \omega) = 0$, j'ai démontré dans le *Journal* de M. Liouville (tome X) que l'arc de la $n^{ième}$ dérivée aura pour expression (n étant positif pour le système positif, et négatif pour les courbes négatives)

$$s_n = \int \frac{nr\dfrac{d^2\omega}{dr^2} + (n+1)\dfrac{d\omega}{dr} + r^2\dfrac{d\omega^3}{dr^3}}{\left(1 + r^2\dfrac{d\omega^2}{dr^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \left(\frac{rd\omega}{dr}\right)^{n-1} rdr.$$

(*) Séance du 17 octobre 1859.

» Il est évident que notre méthode exige essentiellement que n soit entier ; mais en adoptant une définition nouvelle et plus générale des courbes dérivées, la formule que je viens d'écrire peut s'appliquer au cas de n fractionnaire, ou même incommensurable. Un rayon vecteur quelconque de la primitive étant r, imaginons la courbe ayant pour équation polaire, entre les coordonnées R et Ω,

$$R^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \cos \frac{\Omega}{n},$$

l'angle Ω étant compté du rayon r; et prenons l'enveloppe de toutes ces courbes qui répondent aux points différents de la primitive. Quel que soit n, la longueur de l'arc de cette enveloppe sera exprimée par notre formule ancienne pour s_n. Voici donc l'idée des courbes dérivées fractionnaires. On en tire aussi une nouvelle propriété des dérivées entières.

» On peut présenter encore la $n^{ième}$ dérivée, quel que soit n, comme un lieu géométrique. En effet, considérons toutes les tangentes curvilignes à la primitive, ayant une équation polaire de la forme

$$R^{\frac{1}{n}} \cos \frac{\Omega}{n} = \alpha^{\frac{1}{n}},$$

rapportée au point fixe, comme origine. La courbe, lieu des sommets de toutes ces courbes, sera aussi la dérivée de l'ordre n.

» Quels que soient m et n, la $m^{ième}$ dérivée de la $n^{ième}$ sera la $n^{ième}$ dérivée de la $m^{ième}$, et elles sont toutes les deux la $(m+n)^{ième}$ dérivée de la primitive.

» D'après cela, la dérivée fractionnaire $\left(\frac{1}{2}\right)$ d'une conique, rapportée au centre, sera une ellipse de Cassini. Or j'ai prouvé (*Journal de Mathématiques*, t. X) que toutes les dérivées de l'ellipse

$$\frac{1}{r^2} = \cos^2 \omega + \frac{\sin^2 \omega}{b^2}$$

seront rectifiées par la formule

$$ds_n = \frac{nr^2 - (n-1)(1 + b^2 - r^2)}{r^{n-1}(1 + b^2 - r^2)^{\frac{n+1}{2}}} \frac{b^n\, dr}{\sqrt{(1-r^2)(r^2-b^2)}}.$$

Si l'on y fait $n = \frac{1}{2}$, on aura pour un arc de l'ellipse de Cassini la for-

mule

$$ds_{\frac{1}{2}} = \frac{(1+b^2)\sqrt{b}}{2} \frac{\sqrt{r}\,dr}{(1+b^2-r^2)^{\frac{3}{4}}\sqrt{(1-r^2)(r^2-b^2)}}.$$

Posons $r^2 = \frac{1+b^2}{1+t^4}$, ce qui nous donnera

$$ds_{\frac{1}{2}} = \frac{1+b^2}{\sqrt{b}} \frac{dt}{\sqrt{-1+\left(b^2+\frac{1}{b^2}\right)t^4-t^8}}:$$

ce qui est l'expression bien connue pour l'arc de cette courbe.

» En faisant dans la formule, pour les dérivées d'une conique centrale, $n = \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}$, etc., nous aurons les expressions pour les arcs des dérivées entières (positives et négatives) de l'ellipse de Cassini, rapportée à son centre.

» Il est curieux de remarquer que les dérivées fractionnaires $\left(\frac{1}{2}\right)$ d'un système des coniques homofocales formeront un système de courbes cassiniennes, homofocales elles-mêmes.

» Cette idée de la dérivation peut s'étendre au cas des surfaces. En effet, supposons qu'on fasse tourner autour du rayon vecteur quelconque (r) de la surface primitive une courbe ayant pour équation

$$R^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \cos\frac{\Omega}{n},$$

Ω étant compté du rayon r, ce qui nous donnera pour chacun des rayons de la primitive une surface de révolution. La surface, enveloppe de toutes les surfaces de révolution qui s'obtiennent de tous les points de la primitive, peut être appelée sa $n^{ième}$ dérivée. Cette dérivée peut être présentée aussi comme lieu géométrique des sommets des surfaces de révolution tangentes à la primitive. M. Hirst, à qui je communiquai cette méthode étendue de la dérivation, m'a écrit que toutes ses formules pour les surfaces dérivées s'y appliqueront.

» La dérivée fractionnaire $\left(\frac{1}{2}\right)$ d'un ellipsoïde, rapporté au centre, est le lieu des sommets des hyperboloïdes équilatères de révolution à deux nappes, concentriques à l'ellipsoïde, et qui le touchent. Cette dérivée est

aussi la dérivée fractionnaire négative $\left(-\frac{1}{2}\right)$ de la surface d'élasticité de Fresnel

$$(x^2+y^2+z^2)^2 = a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2:$$

c'est-à-dire, elle est l'enveloppe des hyperboloïdes équilatères de révolution à deux nappes, autour des rayons vecteurs de la surface d'élasticité, comme demi-axes. Elle est donc l'enveloppe des surfaces représentées par l'équation

$$\begin{aligned} &2(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma)^2-x^2-y^2-z^2 \\ &=a^2\cos^2\alpha+b^2\cos^2\beta+c^2\cos^2\gamma, \end{aligned}$$

ou bien, en faisant

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2+a^2 &= 2l^2, \\ x^2+y^2+z^2+b^2 &= 2m^2, \\ x^2+y^2+z^2+c^2 &= 2n^2, \end{aligned}$$

par l'équation

$$(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma)^2 = l^2\cos^2\alpha+m^2\cos^2\beta+n^2\cos^2\gamma.$$

Mais eu égard à l'expression de la perpendiculaire abaissée du centre d'un ellipsoïde sur un plan tangent, on verra que cette équation fournit pour enveloppe l'équation

$$\frac{x^2}{l^2}+\frac{y^2}{m^2}+\frac{z^2}{n^2}=1.$$

On aura donc pour l'équation de la surface dérivée, qu'on a cherché à obtenir,

$$\frac{2x^2}{x^2+y^2+z^2+a^2}+\frac{2y^2}{x^2+y^2+z^2+b^2}+\frac{2z^2}{x^2+y^2+z^2+c^2}=1:$$

surface symétrique du sixième ordre, dont les sections par les plans principaux sont des cercles (imaginaires) conjointement avec les ellipses de Cassini. Deux (ou bien un seul) de ces cercles deviendront réels si la surface primitive est un hyperboloïde. Cette surface remarquable, dont la discussion approfondie me semble promettre beaucoup de résultats, est, par rapport à l'ellipse de Cassini, ce que l'ellipsoïde est relativement à l'ellipse. Elle a deux sections circulaires qui coïncident avec les sections circulaires centrales de l'ellipsoïde,

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}(a^2+b^2)}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{\frac{1}{2}(b^2+c^2)}=1.$$

($a > b > c$); et ses intersections avec des sphères concentriques sont des sphéro-coniques.

» Parmi d'autres résultats que j'ai trouvés, il y en a un qui, je crois, mérite d'être remarqué. Soit D la surface semblable à la primitive en multipliant par 2 ses rayons vecteurs, et soit P la surface parallèle ou équidistante de D par la longueur constante k. L'équation qui résulte de la substitution de $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, au lieu de k dans l'équation de P, coïncide avec l'équation de la première dérivée négative de la surface primitive. Ce rapprochement, quoique fort simple, me semble assez curieux. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur la décomposition des fractions rationnelles; par* **M. J. Vieille**.

« Lorsqu'on décompose en fractions simples une fraction rationnelle

$$\frac{F(x)}{(x-a)^n \psi(x)},$$

dont le dénominateur admet n facteurs égaux à $x-a$, on sait que la somme des n fractions qui correspondent à ce facteur peut être mise sous la forme

$$\frac{A}{(x-a)^n} + \frac{\frac{dA}{da}}{(x-a)^{n-1}} + \frac{\frac{1}{1.2}\frac{d^2A}{da^2}}{(x-a)^{n-2}} + \ldots + \frac{\frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)}\frac{d^{n-1}A}{da^{n-1}}}{x-a},$$

A désignant la constante $\frac{F(a)}{\psi(a)}$.

» Puis, si l'on pose

$$\frac{A}{x-a} = f(a),$$

et que l'on différentie $n-1$ fois cette fonction par rapport à a, on trouve

$$\frac{d^{n-1}f(a)}{da^{n-1}} = 1.2.3\ldots(n-1)\Big[A(x-a)^{-n} + \frac{dA}{da}(x-a)^{-(n-1)} + \frac{1}{1.2}\frac{d^2A}{da^2}(x-a)^{-(n-2)} + \ldots + \frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)}\frac{d^{n-1}A}{da^{n-1}}(x-a)^{-1}\Big];$$

et ce développement, rapproché de la somme ci-dessus, conduit à la proposition suivante :

» La somme des fractions simples qui correspondent au facteur $x-a$,

dans la décomposition de la fraction rationnelle

$$\frac{F(x)}{(x-a)^n \psi(x)},$$

est égale à

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)} \frac{d^{n-1} f(a)}{da^{n-1}},$$

en posant

$$\frac{F(a)}{\psi(a)(x-a)} = f(a).$$

» Cette proposition ne diffère pas, au fond, de celle qu'a présentée M. Serret (*Algèbre supérieure*, note IV). Notre intention, en la mettant sous cette forme, est de montrer qu'elle fournit un moyen nouveau et fort simple de résoudre une question que se sont proposée récemment plusieurs mathématiciens. Il s'agit de déduire du développement général d'une fraction rationnelle dont le dénominateur n'a que des facteurs inégaux, le développement d'une fraction dont le dénominateur admet des facteurs multiples (*).

» Pour mettre immédiatement en évidence la simplicité du procédé, appliquons-le d'abord au cas de deux facteurs égaux.

» Soit donc à décomposer la fraction

$$\frac{F(x)}{(x-a)^2 \psi(x)};$$

on lui substitue d'abord celle-ci,

$$\frac{F(x)}{(x-a)(x-a-h)\psi(x)},$$

qui se confondra avec la première pour $h=0$. D'après la formule admise, la fraction précédente se décompose ainsi

$$\frac{F(a)}{-h\psi(a)} \frac{1}{x-a} + \frac{F(a+h)}{h\psi(a+h)} \frac{1}{x-(a+h)} + \frac{F_1(x)}{\psi(x)},$$

$F_1(x)$ étant une fonction entière qui ne devient pas infinie pour $h=0$. La

---

(*) Voir en dernier lieu la Note de M. Rouché, insérée dans les *Comptes rendus* de 1858 (1er semestre, n° 11).

question consiste à trouver la limite vers laquelle tend la somme des deux premières fractions, quand h tend vers zéro.

» Or, si nous posons

$$\frac{F(a)}{\psi(a)}\frac{1}{x-a}=f(a), \tag{1}$$

cette somme prend la forme

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h};$$

et pour $h=0$, elle devient $f'(a)$, c'est-à-dire en vertu du théorème établi plus haut,

$$\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{\frac{dA}{da}}{x-a}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

» Passons au cas général. La fraction qu'il s'agit de décomposer en fractions simples est

$$\frac{F(x)}{(x-a)^n\psi(x)};$$

et nous la remplaçons par la suivante,

$$\frac{F(x)}{(x-a)(x-a-h)(x-a-2h)\ldots[x-a-(n-1)h]\psi(x)}.$$

» La formule qui convient aux facteurs inégaux donne pour la somme des n fractions simples relatives aux facteurs $x-a$, $x-a-h,\ldots$, $x-a-(n-1)h$,

$$\pm\frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)h^{n-1}}\left[-\frac{F(a)}{\psi(a)}\frac{1}{x-a}+\frac{(n-1)}{1}\frac{F(a+h)}{\psi(a+h)}\frac{1}{x-(a+h)}\right.$$
$$-\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}\frac{F(a+2h)}{\psi(a+2h)}\frac{1}{x-(a+2h)}$$
$$\left.+\ldots\pm\frac{(n-1)(n-2)\ldots3.2.1}{1.2.3\ldots(n-1)}\frac{F[a+(n-1)h]}{\psi[a+(n-1)h]}\frac{1}{x-[a+(n-1)h]}\right],$$

le signe $+$ convient au cas où n est pair. Eu égard à l'équation (1), cette somme prend la forme

$$\pm\frac{-f(a)+\frac{n-1}{1}f(a+h)-\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}f(a+2h)+\ldots\pm f[a+(n-1)h]}{1.2.3\ldots(n-1)h^{n-1}}.$$

Pour $h = 0$, elle devient $\frac{0}{0}$: et je dis qu'il en est de même du rapport des dérivées des deux termes, prises par rapport à h, jusqu'à l'ordre $n-2$ inclusivement ; mais que le rapport des dérivées d'ordre $n-1$ a pour limite

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)} f^{n-1}(a).$$

» En effet, la $p^{ième}$ dérivée du numérateur est

$$\pm (n-1)\Big[f^p(a+h) - \frac{n-2}{1} 2^{p-1} f^p(a+2h) + \frac{(n-2)(n-3)}{1.2} 3^{p-1} f^p(a+3h) - \ldots \pm (n-1)^{p-1} f^p[a+(n-1)h]\Big].$$

Si l'on y fait $h = 0$, toutes les dérivées d'ordre p, relatives à h, se confondent avec la dérivée $f^p(a)$, relative à a, et l'on a

$$\pm (n-1) f^p(a)\Big[1 - \frac{n-2}{1} 2^{p-1} + \frac{(n-2)(n-3)}{1.2} 3^{p-1} - \ldots \pm (n-1)^{p-1}\Big].$$

» Or on sait que la somme entre parenthèses est nulle pour toutes les valeurs entières de p, depuis 1 jusqu'à $n-2$, et qu'elle se réduit, pour $p = n-1$, à $\pm 1.2.3\ldots(n-2)$ (le signe $+$ convenant au cas où n est pair) (*).

» D'ailleurs les $n-2$ premières dérivées du dénominateur sont évidemment nulles pour $h = 0$, et la $(n-1)^{ième}$ est égale à $[1.2.3\ldots(n-1)]^2$.

» Donc le rapport des dérivées d'ordre $n-1$ a pour limite

$$\frac{1.2.3\ldots(n-2)(n-1) f^{n-1}(a)}{[1.2.3\ldots(n-1)]^2} = \frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)} f^{n-1}(a);$$

ou enfin, d'après le théorème établi,

$$\frac{A}{(x-a)^n} + \frac{\frac{dA}{da}}{(x-a)^{n-1}} + \frac{\frac{1}{1.2}\frac{d^2A}{da^2}}{(x-a)^{n-2}} + \ldots + \frac{\frac{1}{1.2.3\ldots(n-1)}\frac{d^{n-1}A}{da^{n-1}}}{x-a}. \quad \text{C. Q. F. D.»}$$

(*) Ces propositions découlent immédiatement de la formule des différences finies

$$\Delta^m u = u_m - \frac{m}{1} u_{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2} u_{m-2} - \ldots \pm u,$$

en faisant $u = x^p$ et $m = n-1$.

ZOOLOGIE. — *Annonce de l'arrivée à la ménagerie du Muséum d'un grand exemplaire de la Salamandre du Japon; par* M. Aug. Duméril.

« La ménagerie des Reptiles au Muséum d'Histoire naturelle qui, pendant les vingt années écoulées depuis l'époque où elle fut fondée par les soins de mon père, a reçu beaucoup d'animaux intéressants, vient d'être enrichie par un présent très-précieux. M. de Codrika, consul général de France aux Indes néerlandaises, a fait parvenir à notre Musée, et à titre de don de la part de M. Pompe van Meerdervoot, officier de santé de la marine royale des Pays-Bas, médecin du gouvernement néerlandais au Japon, un très-beau spécimen du batracien gigantesque nommé Grande Salamandre japonaise, *Salamandra maxima* (1).

» J'ai pensé que l'Académie apprendrait avec intérêt l'arrivée toute récente (11 novembre) de ce curieux reptile, dont le Muséum ne possédait qu'une dépouille et dont il n'y avait jamais eu en Europe, jusqu'à ce jour, que deux individus vivants, l'un qui est à Leyde depuis 1831, et l'autre à Amsterdam.

» Cette Salamandre, connue des Européens seulement depuis le voyage d'exploration dans l'empire japonais entrepris par M. Ph.-F. de Siebold, vit, ainsi que nous l'a appris ce célèbre voyageur (*Faune du Japon, Aperçu historique sur les Reptiles de ce pays,* p. XV), dans les profondes vallées des hautes montagnes de l'île de Niphon, entre les 34e et 36e degrés de latitude N. « Elle séjourne, ajoute-t-il, dans les ruisseaux, dans les bassins et dans les lacs formés par les eaux pluviales, au milieu des cratères de volcans éteints, à une hauteur de 4000 à 5000 pieds au-dessus du niveau de la mer. »

» Arrivée de Batavia à Paris dans l'espace de deux mois, grâce à la rapidité actuelle des moyens de communication, notre Salamandre, quoiqu'elle ait un peu souffert pendant le voyage, se trouve maintenant placée dans de bonnes conditions, qui permettent d'espérer que nous pourrons, comme en Hollande, la soumettre à des observations suivies et attentives, et la voir se développer. Elle a maintenant 79 centimètres de longueur, et l'on sait que sa taille dépasse un mètre. Elle est, en tout point, absolument conforme

---

(1) A cette dénomination proposée par M. Schlegel (*Faune du Japon*), on a successivement substitué les suivantes : *Megalobatrachus Sieboldii*, Tschudi; *Cryptobranchus* (*Menopoma*) *japonicus*, Van der Hoeven, *Sieboldia maxima*, Ch. Bonap.; *Tritomegas Sieboldii*, Dum., Bib. En réalité, c'est avec le genre Ménopome que ce Batracien urodèle paraît avoir le plus d'affinités. Le t. IX de l'*Erpétologie générale* de MM. Duméril et Bibron, p. 163-168, contient tous les détails relatifs à l'histoire de cette espèce.

à la description très-complète que M. Schlegel a insérée dans la *Faune du Japon* (Batraciens, p. 127) et qu'il a accompagnée du dessin placé sous les yeux de l'Académie. On y voit représenté, d'une façon fort exacte, ce singulier animal, dont le squelette offre les plus remarquables analogies avec les restes de la grande Salamandre fossile d'Œningen, si admirablement déterminée par Cuvier, et qui avait tant occupé le monde savant sous cette dénomination : *Homo diluvii testis,* que Scheuchzer lui avait donnée. »

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Sur les animaux ressuscitants; Lettre de* M. **Doyère** *à l'occasion d'une communication faite à l'Académie dans la séance du 10 octobre dernier.* (Extrait.)

« Avant de répondre à la communication par laquelle M. Pouchet a voulu infirmer devant l'Académie le phénomène de la réviviscence, j'ai cru devoir attendre les résultats d'expériences commencées il y a plus de trois mois. Ces résultats, dont quelques-uns viennent d'être publiés, ont prouvé que je n'ai rien à retrancher de mon Mémoire de 1842.

» Les Rotifères, les Tardigrades et les Anguillules des toits peuvent être desséchés, *à froid*, aussi absolument que le permettent les moyens les plus rigoureux de la science; et, après avoir été desséchés ainsi, ils peuvent être portés jusqu'à des températures notablement supérieures à 100 degrés, sans perdre la faculté de revenir à la vie par la réhumectation.

» En se servant exclusivement de la dessiccation à chaud, M. Pouchet a réussi à porter ses animalcules jusqu'à 90 degrés, sans anéantir leur réviviscence. Entre ses animalcules ainsi desséchés et ceux que j'appelle *desséchés absolument*, il n'y a évidemment de différence que pour la minime fraction d'eau que les premiers retiennent au sein d'un air humide, M. Pouchet ne desséchant pas l'air de ses étuves. Mais cette minime fraction suffit pour abaisser le degré de température auquel la substance des tissus s'altère. Ce que personne ne consentira à admettre, c'est des enveloppes qui laissant les animalcules se réendosmoser en quelques minutes lorsqu'on les réhumecte, empêchent, au contraire, assez énergiquement le même liquide de s'exhaler, pour que ces mêmes animalcules conservent l'humidité de leurs tissus, et vivent pendant deux heures entre 80 et 90 degrés. »

MÉTÉOROLOGIE. — *De la température de l'été 1859 à Nîmes, comparée à celle des 34 années antérieures, observée sur le même thermomètre, placé au même lieu depuis 34 ans; par* M. **Boileau de Castelnau.**

« J'ai eu l'honneur d'adresser à l'Académie des Sciences, il y a deux ans,

des observations thermométriques, desquelles il résultait qu'en 1857 il avait régné une température de 34 degrés et au-dessus pendant un temps plus long que pendant les 32 années antérieures. Continuant un pareil travail jusqu'à ce jour, je trouve pour 1858 le thermomètre indiquant 34 à 36 degrés pendant 16 jours à des intervalles plus ou moins eloignés, ayant pour limites le 14 juin et le 26 août.

» En 1859 le mercure s'est élevé 32 fois à 34 degrés et au-dessus, savoir : du 4 au 17 juillet, 14 fois de 35 à 40 degrés.

» Cette élévation à 40 degrés, notée le 15 juillet, n'avait pas été observée sur notre instrument, occupant la même place depuis septembre 1825, et ramené à zéro en 1853. Elle a été contrôlée par un thermomètre placé sur la même façade à 2 mètres de distance.

» La moyenne de cette journée 15 juillet fut de 32 degrés. Il survint un orage à 4 heures du soir, suivi, le lendemain, d'un vent du nord très-sensible. Le 17 il y eut du brouillard ; du 17 au 24 le ciel fut nuageux, couvert; le 22 et 24 pluies; vent nord sec les 26 et 29.

» Ces états atmosphériques amenèrent une température limitée par 29 et 34 degrés, du 19 au 21 juillet.

» Du 29 juillet au 9 août inclus, 12 jours, le thermomètre se maintint entre 35 et 38 degrés. Les journées des 13, 15, 23 et 24 furent réchauffées à 34 et 36 degrés. La température minima est restée 53 fois entre 20 et 26 degrés. Cette dernière fut notée le 2 août. La moyenne des 24 heures s'est montrée entre 28 et 32 degrés, pendant 27 jours, du 4 juillet au 9 août inclus. Pendant les 9 jours intercalaires, elle est restée entre 24 et 27 degrés.

» La plus grande différence entre le minima et le maxima diurnes a été de 16 degrés, de 24 à 40 degrés; la moindre a eu lieu le 22 du même mois entre 22 et 27 degrés, soit 5 degrés.

» Il résulte de ce que je viens de dire que l'été de 1859 a été le plus chaud que nous ayons éprouvé dans le Midi depuis 34 ans. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Étoiles filantes d'octobre-novembre. — Deuxième partie du Catalogue des bolides observés depuis septembre* 1853; *par* **M. Coulvier-Gravier.**

« Chaque année, à pareille époque, j'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences les résultats de mes observations d'étoiles filantes des derniers jours du mois d'octobre et de la première quinzaine du mois de novembre, afin qu'elle puisse juger de la marche du nombre horaire de ces météores à cette époque de l'année. Voici ces nombres.

Année.	Mois.	Dates.	Ciel visible.	Durée de l'observation.	Nombre des étoiles.	Heures moyennes des observations.	Nombre horaire à minuit.	Moyennes de 3 en 3.
				h		h		
1859.	Octobre.	16	6,2	1,00	7	7,00	7,7	
		17	9,5	1,50	12	7,45	8,0	8,5
		19	5,0	2,50	18	10,15	10,0	
		21	4,5	1,50	10	8,30	12,3	
		22	8,1	2,50	16	8,45	10,3	11,8
		26	9,0	2,25	23	9,52	12,9	
		29	6,0	0,75	10	9,22	18,0	18,0
	Novembre.	2	5,2	1,00	17	2,30	11,3	
		6	1,0	1,50	6	4,15 m.	6,0	10,6
		7	6,0	1,50	26	5,00 m.	14,0	
		11	Lune.	1,50	17	4,15 m.		
		12	Lune.	2,00	6	7,00 s.	10,0 pour la moyenne des 11, 12, 13 Novembre.	
		12	Lune.	4,00	21	4,00 m.		
		13	Lune.	2,15	10	6,52 s.		
		13	Lune.	4,00	26	4,00 m.		

» D'après ces moyennes prises de 3 en 3 observations, on trouve que le nombre horaire à minuit est successivement 8,5 étoiles; 11, 8; 18 pour le 29 octobre, puis 10,6, enfin pour les 11, 12, 13 novembre 10,0.

» Ce tableau fait voir que le maximum d'octobre a eu lieu dans les derniers jours de ce mois, et qu'ensuite le phénomène a repris la marche qu'il avait quelques jours avant le *maximum*. Comme les nombres obtenus pendant la présence de la lune ont été corrigés de son influence, il faut bien convenir que le retour de la grande et magnifique apparition des météores de la nuit du 12 au 13 novembre, annoncé par Olbers, n'est pas encore réalisé et qu'il faut en reporter l'espérance pour les années qui vont suivre.

» Je profite de cette communication pour mettre sous les yeux de l'Académie la seconde partie de mon *Catalogue des globes filants* ou (*bolides*) que nous avons observés depuis le 3 septembre 1853 jusqu'au 10 du mois de novembre 1859. Le nombre de ces globes s'élève à 113 lesquels, faisant suite aux 168 déjà connus, forment un total de 281 de ces brillants et mystérieux météores.

» En présentant à l'Académie et en publiant dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XI, année 1854, la première partie de mon catalogue, j'avais donné les renseignements propres à faire connaître la manière dont on les observait jadis, et dont on avait fait quelques catalogues jusqu'à nous; j'avais aussi appelé l'attention sur les diverses circonstances qui

accompagnent l'apparition inattendue de ce curieux et surprenant phénomène; aussi je ne reviendrai pas ici sur tous ces détails et je me contenterai d'un simple résumé des globes filants contenus dans la deuxième partie de mon catalogue. Je les répartis en trois groupes :

Globes de 1re grandeur	11
Globes de 2e grandeur	22
Globes de 3e grandeur	80
Total	113

» *Trajectoires.* — Les globes de 1re grandeur ont fait un total de 301 degrés de course, moyenne . . . . 27°,3

» Les 22 globes de 2e grandeur ont fait un total de 525 degrés de course, moyenne . . . . 23°,8

» Les 80 globes de 3e grandeur ont fait un total de 1486 degrés de course, moyenne . . . . 18°,8

» Les 113 globes ont fait ensemble un total de 2333 degrés de course, moyenne . . . . 20°,6

» Mais comme plus les nombres sont considérables, plus les résultats obtenus ont de précision, j'ajoute aux 113 globes dont nous venons de parler les 168 globes de la première partie de mon catalogue et je dis :

Globes de 1re grandeur	42
Globes de 2e grandeur	61
Globes de 3e grandeur	178
Total	281

» *Trajectoires.* — Les 42 globes de 1re grandeur ont fait un total de 1594 degrés de course, moyenne . . . . 36°,5

» Les 61 globes de 2e grandeur ont fait un total de 1584 degrés de course, moyenne . . . . 25°,9

» Les 178 globes de 3e grandeur ont fait un total de 3735 degrés de course, moyenne . . . . 21°,1

» Enfin les 281 globes ont fait ensemble un total de 6913 degrés de course, moyenne . . . . 24°,6

» Maintenant nous allons donner très-succinctement quelques détails sur les 113 globes contenus dans la deuxième partie de mon catalogue. Parmi les 11 globes filants de 1re grandeur, quatre ont été perturbés dans le parcours de leurs trajectoires, dont trois se sont brisés en plusieurs fragments, lesquels ont passé successivement aux couleurs vertes, rouges et bleues. Six ont eu des *traînées* quelquefois très-considérables. Ces traînées, dont la matière était plus ou moins séparée ou compacte, ont persisté pour plusieurs

d'entre elles jusqu'à 6 ou 7 secondes après la disparition du météore. Parmi ces globes de 1re grandeur, deux ont passé de la couleur blanche à la couleur bleue; un du blanc au rouge blanc; un autre était jaune tirant sur le vert.

» Dans le nombre des 22 globes de 2e grandeur, trois ont été perturbés dans leur marche. Un de la couleur bleue a passé au vert d'eau; un était rouge sang; un verdâtre; un a passé de la couleur blanche à la couleur du cuivre jaune. Deux avaient commencé comme un globe de 3e grandeur, un entre autres n'était à son début semblable qu'à une étoile filante de 1re grandeur. Il est probable que ces globes, qui grandissent à une taille plus forte, se rapprochent de nous en descendant plus ou moins obliquement. Les mêmes particularités se passent également dans l'apparition des étoiles filantes. Il en est même quelques-unes qui remontent (cela se voit quand, par exemple, elles passent de la 1re à la 4e grandeur); comme d'autres descendent plus ou moins obliquement, cela veut dire que, s'il y en a qui se rapprochent de nous, il y en a aussi d'autres qui s'en éloignent.

» Quinze de ces globes de 2e grandeur ont eu des traînées plus ou moins persistantes : une entre autres dont les extrémités s'étaient retirées vers le centre, est restée encore visible, après la disparition du globe.

» Parmi les 80 globes de 3e grandeur, quatre ont été perturbés, l'un d'eux s'est même brisé en plusieurs fragments. Deux étaient rouges; un de couleur cuivre jaune; deux de couleur bleue. Seize ont passé de la couleur blanche à la couleur bleue, un du blanc au rouge blanc; un entre autres du blanc au vert. Les globes, comme les étoiles filantes, accomplissent généralement leur course en 1 seconde à peu près; cependant il y a des durées de 2, 3 à 4 secondes; un de ces globes a duré 6 secondes, ce qui est fort rare. Sur les 80 globes de 3e grandeur, cinquante-cinq ont eu des traînées plus ou moins considérables, rouges et blanches, plus divisées ou plus compactes, et plus ou moins persistantes. Nous ne pouvons que répéter ce que nous avons déjà dit, qu'il n'y a que les globes filants qui éclairent l'horizon plus ou moins vivement suivant la taille de chacun d'eux.

» Je regrette que le défaut d'espace ne me permette pas d'entrer dans plus de détails, car j'aurais dressé des tableaux représentant la distribution des météores pour les heures de la nuit et aussi pour les diverses directions qu'ils affectent pour les mêmes heures. Cependant je vais en donner brièvement le nombre pour chaque direction.

» Voici d'abord pour les 113 globes de la 2e partie de mon catalogue; on n'en trouve que 111, deux d'entre eux s'étant éteints aussitôt que parus :

N. N. E. 5, N. E. 5, E. N. E. 6, E. 9, E. S. E. 7, S. E. 11, S. S. E. 10, S. 3, S. S. O. 6, S. O. 15, O. S. O. 6, O. 4, O. N. O. 9, N. O. 11, N. N. O. 4.

» En décomposant par direction les deux catalogues réunis, on trouve : N. 4, N. N. E. 9, N. E. 13, E. N. E. 14, E. 19, E. S. E. 24, S. E. 24, S. S. E. 26, S. 10, S. S. O. 16, S. O. 28, O. S. O. 15, O. 10, O. N. O. 32, N. O. 25, N. N. O. 10.

» La résultante de la marche des globes filants, comme nous l'avons déjà dit, marche du soir au matin de l'est à l'ouest en passant par le sud.

» J'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie la carte représentant l'apparition des 281 globes filants composant les deux parties de mon catalogue qui comprend quatorze années. »

M. **Lino de Pombo** adresse de Bogota (Nouvelle-Grenade) une Note sur une propriété de l'ellipse, savoir, que : la corde de l'arc compris entre le point de contact d'un côté du carré circonscrit et le sommet voisin du carré inscrit à l'ellipse est égale à la différence des deux demi-axes.

(Commissaires, MM. Chasles, Bertrand.)

M. **Radiguel** présente, à l'occasion de l'article qui le concerne dans le *Compte rendu* de la précédente séance, les remarques suivantes :

» D'abord j'ai dit que c'était en des terrains *proprement diluviens* que j'ai trouvé des restes nombreux d'industrie humaine, et non simplement dans les terrains de transport, nom que donnent à ces terrains certains géologues pour ne pas se prononcer sur leur véritable origine. En second lieu, où l'on a imprimé que ces débris appartenaient à diverses générations d'hommes qui ont habité successivement le bassin de la Seine, c'est du mot *créations* que je me suis servi, ce qui est bien différent. »

MM. **Bombes**, **Devilliers** et **Dallemagne**, dont les *allumettes androgynes* ont été examinées par la Commission que l'Académie, sur la demande de M. le Ministre de la Guerre, avait chargée de s'occuper de la question des allumettes chimiques, annoncent qu'heureux de l'approbation dont on les a crus dignes, ils ont résolu d'abandonner à tous le droit d'exploiter un procédé de fabrication qui ne compromet point la santé des ouvriers, n'y mettant d'autre condition si ce n'est qu'on conserve au produit le nom par lequel ils l'ont désigné, et que consacre le Rapport.

La séance est levée à 5 heures trois quarts. É. D. B.